

Туннельная и надбарьерная ионизация атомов и ионов в поле лазерного излучения

Н.Б. Делоне, В.П. Крайнов

Рассмотрены экспериментальные и теоретические данные по туннельной и надбарьерной ионизации атомов и атомарных ионов сильным низкочастотным полем лазерного излучения. Дан анализ выходов одно- и многозарядных ионов, энергетических и угловых распределений фотоэлектронов, роли длительности лазерного импульса и поляризации лазерного излучения.

PACS numbers: 32.90. + a, 42.65. + k

Содержание

1. Введение (531).
 2. Туннельная и надбарьерная ионизации (532).
 3. Вероятности туннельной ионизации атомов и их ионов полем лазерного излучения (533).
 4. Энергетические и угловые распределения фотоэлектронов при туннельной ионизации (534).
 - 4.1. Линейно поляризованное излучение. 4.2. Циркулярно поляризованное излучение. 4.3. Пондеромоторное ускорение фотоэлектронов. 4.4. Возврат вылетающих электронов к атомному остову.
 5. Надбарьерная ионизация (538).
 - 5.1. Кулоновская поправка. 5.2. Циркулярно поляризованное излучение. 5.3. Линейно поляризованное излучение.
 6. Экспериментальные данные и их интерпретация (542).
 - 6.1. Экспериментальные значения параметра адиабатичности. 6.2. Выход ионов при туннельной ионизации. 6.3. Образование многозарядных ионов. 6.4. Энергетические спектры электронов. 6.5. Надбарьерная ионизация.
 7. Релятивистские эффекты (546).
 - 7.1. Вероятность ионизации. 7.2. Релятивистский энергетический спектр фотоэлектронов. 7.3. Релятивистская надбарьерная ионизация.
 8. Заключение (548).
- Список литературы (548).

1. Введение

Практически сразу после создания лазеров, в начале 60-х гг., как экспериментаторы, так и теоретики обратили

внимание на процесс нелинейной ионизации атомов и их ионов при взаимодействии мощного лазерного излучения с веществом. При этом исходными данными были известные закономерности процесса ионизации атомарных частиц постоянным электрическим полем (туннельный эффект и надбарьерный развал) и фотоионизации (однофотонной ионизации). Было ясно, что в нелинейном случае, когда энергия фотона меньше потенциала ионизации атома, должны иметь место нелинейные аналоги этих процессов. Такими аналогами являются многофотонная ионизация, туннельный эффект и надбарьерный развал атома в переменном поле. Возникла задача теоретического описания этих эффектов и экспериментальной проверки выводов теории.

Среди теоретических исследований, выполненных в начале 60-х гг., выделяется работа Л.В. Келдыша [1], результаты которой составляют фундамент теории нелинейной ионизации переменным полем с напряженностью, малой по сравнению с критической (см. ниже (5)). В [1] на основе модели короткодействующего атомного потенциала были получены два основополагающих результата.

Во-первых, было показано, что многофотонная ионизация и туннельный эффект являются предельными случаями единого процесса нелинейной ионизации, характер которой зависит от трех параметров — частоты ω и амплитуды напряженности F поля электромагнитного излучения, а также потенциала ионизации рассматриваемой атомарной системы E_i .

В многофотонном пределе вероятность ионизации в единицу времени степенным образом зависит от напряженности поля

$$w \propto F^{2K},$$

где $K = \langle E_i/\omega + 1 \rangle$ — число поглощенных фотонов ($\langle \dots \rangle$ — целая часть числа). Здесь E_i — потенциал ионизации рассматриваемого атома (или иона). (В обзоре мы используем атомную систему единиц, в которой $e = m_e = \hbar = 1$.)

В туннельном пределе вероятность ионизации экспоненциально растет с напряженностью поля; она имеет

Н.Б. Делоне. Институт общей физики РАН,
117942 Москва, ул. Вавилова 38, Россия
Тел. (095) 135-02-96

В.П. Крайнов. Московский физико-технический институт,
141700 Долгопрудный, Московская обл., Россия
E-mail: krainov@theory.mipt.ru

Статья поступила 25 ноября 1997 г.

простой вид (с экспоненциальной точностью):

$$w \propto \exp \left[-\frac{2(2E_i)^{3/2}}{3F} \right]. \quad (1)$$

Например, вероятность туннельной ионизации в единицу времени для основного состояния атома водорода постоянным электрическим полем или циркулярно поляризованным электромагнитным полем дается хорошо известным соотношением (при $F \ll 1$):

$$w = \frac{4}{F} \exp \left(-\frac{2}{3F} \right). \quad (2)$$

Следует отметить, что практически эта формула теряет применимость при весьма малых значениях напряженности $F > 0,01$. В случае линейно поляризованного поля в (2) следует сделать замену: $F \rightarrow F \cos \omega t$ и усреднить вероятность по периоду поля. Тогда получаем выражение, отличающееся от (2) лишь предэкспоненциальным множителем:

$$w = 4\sqrt{\frac{3}{\pi F}} \exp \left(-\frac{2}{3F} \right). \quad (3)$$

Во-вторых, было показано, что граница между многофотонной и туннельной ионизацией определяется величиной параметра адиабатичности:

$$\gamma = \frac{\omega \sqrt{2E_i}}{F}. \quad (4)$$

Значение $\gamma^2 \gg 1$ соответствует многофотонной ионизации (она реализуется при относительно большой частоте и малой напряженности поля), в то время как $\gamma^2 \ll 1$ соответствует туннельной ионизации (реализуется, напротив, при малой частоте и большой напряженности поля). Таким образом, при фиксированной частоте излучения по мере увеличения его интенсивности сначала должна реализовываться многофотонная, а затем

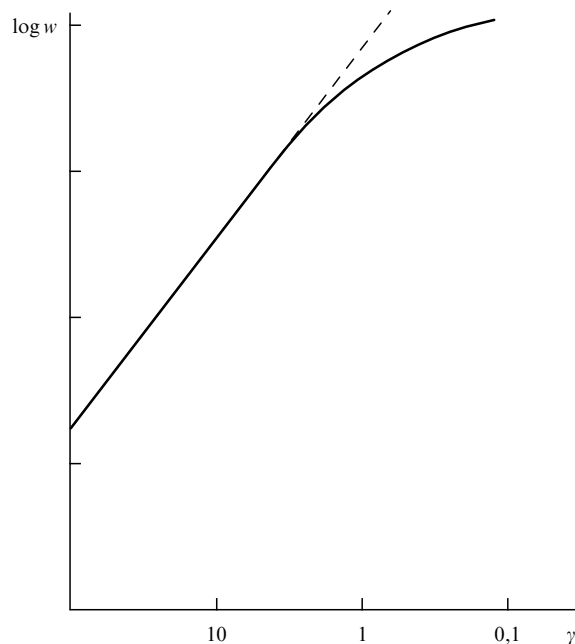


Рис. 1. Схематическая зависимость логарифма вероятности ионизации от параметра адиабатичности γ .

туннельная ионизация. Это схематически показано на рис. 1.

Помимо различной зависимости $w(F)$, эти два процесса существенно различаются по их зависимости от частоты излучения ω . Вероятность многофотонной ионизации атома или иона резко зависит от частоты излучения из-за возникновения промежуточных резонансов между энергией какого-либо числа поглощенных фотонов $N < K$ и энергией перехода в дискретном спектре атома. Красивый эксперимент [2] демонстрирует наглядно переход от многофотонной к туннельной ионизации при фиксированной частоте излучения и увеличении его интенсивности. На рисунке 2 показан энергетический спектр электронов. В туннельном режиме ионизации (рис. 2б) он не содержит узких максимумов, имеющих место при надпороговой ионизации в многофотонном режиме и связанных с поглощением избыточного по сравнению с минимальным числа фотонов, или из-за резонансов с промежуточными дискретными уровнями атома (рис. 2а).

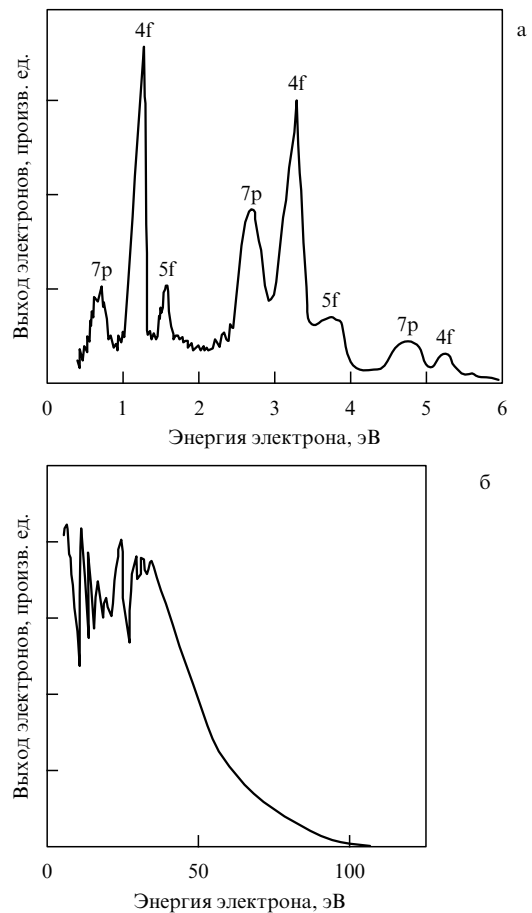


Рис. 2. Энергетический спектр электронов при ионизации атомов: (а) ксенона ($\gamma = 2-8$); (б) гелия ($\gamma = 0,5-1$) [2].

2. Туннельная и надбарьерная ионизации

Многочисленные исследования, выполненные после [1], дали к настоящему времени детальную картину процесса многофотонной ионизации атомов и атомарных ионов [3-5]. Однако туннельный эффект и надбарьерный

развал исследованы значительно хуже, в особенности экспериментально. Дело в том, что долгое время экспериментаторы имели возможность наблюдать туннельный эффект лишь в поле инфракрасного лазерного излучения (малая частота ω). Так, первые убедительные результаты по наблюдению туннельной ионизации были получены при использовании инфракрасного излучения лазера на CO_2 с частотой $\omega \sim 0,1$ эВ [6]. Лишь недавно появились мощные лазеры, которые позволили получать на частоте видимого излучения интенсивности, достаточные для реализации туннельной ионизации и надбарьерного развала.

Если обратиться к надбарьерному развалу, то исследование находится в самой начальной стадии. Дело в том, что до сих пор при определении критической напряженности поля F_{BSI} для надбарьерного развала исходили из классического выражения, следующего из равенства потенциала ионизации атома и максимума эффективного одномерного потенциального барьера, возникающего в постоянном электрическом поле:

$$F_{\text{BSI}} = \frac{E_i^2}{4Z}. \quad (5)$$

Здесь Z — заряд атомного остова. Однако такая оценка не учитывает двух важных обстоятельств. Во-первых, как известно из квантовой механики, существует эффект надбарьерного отражения, приводящий к тому, что на вершине барьера значительная часть электронов отражается обратно, а вероятность прохождения электрона над барьером достигает значения равного единице лишь при существенном превышении энергии над вершиной барьера, т.е. при напряженности поля, существенно большей, чем величина, даваемая соотношением (5). Во-вторых, для правильной оценки величины критической напряженности необходим учет динамического штарковского сдвига. С учетом этих обстоятельств истинная критическая напряженность превышает величину, следующую из соотношения (5). Наконец, конкуренция туннельной ионизации на фронте импульса при $F < F_{\text{BSI}}$ может быть существенна при тех длительностях лазерного импульса, которые реализуются в экспериментах.

Наконец, имеется совокупность методических особенностей, которые необходимо учесть при сопоставлении выводов теории с экспериментальными данными. Различие состоит в том, что теория оперирует с изолированным атомом и монохроматическим излучением с фиксированной напряженностью поля (фиксированной интенсивностью излучения). Между тем, в любом эксперименте измеряется суммарный выход ионов (или электронов), образованных в мишени (например, в разреженном газе) лазерным излучением с пространственно-временной неоднородностью распределения интенсивности. Так как при этом измеряются величины, пропорциональные полной вероятности ионизации $W = w\tau$, где τ — длительность действия излучения на мишень, то может возникать насыщение процесса ионизации, когда вместо приведенной выше зависимости полная вероятность $W \sim 1$. Неоднородность распределения излучения по мишени приводит не только к тому, что наиболее эффективной является не максимальная интенсивность (пространственно-временного распределения), а какая-то меньшая интенсивность. Может возникнуть и такая

ситуация, когда на фронте импульса, при интенсивности, меньшей, чем в максимуме, большинство атомов будет ионизовано. В таком случае в максимуме интенсивности процесс ионизации может вообще не иметь места.

Поэтому на всех этапах экспериментального исследования нелинейной ионизации, от проектирования эксперимента до обработки данных, необходим учет насыщения и неоднородности распределения интенсивности по мишени. Это, в принципе, удастся сделать путем численного компьютерного моделирования эксперимента.

Наконец, следует ясно представлять общую ситуацию с получением экспериментальных данных. Из всей совокупности теоретических расчетов можно, фиксируя частоту излучения и изменяя его интенсивность, получить зависимость, характеризующую все три процесса ионизации — многофотонную ионизацию, туннельный эффект и надбарьерный развал. Эксперимент же, проведенный с конкретным объектом (атомом) при конкретных параметрах, характеризующих импульс лазерного излучения, дает на этой зависимости лишь какую-то одну точку. Из-за большой степени нелинейности процесса ионизации при меньшей интенсивности излучения вероятность в единицу времени будет столь мала, что суммарное число ионов (электронов) будет меньше порога чувствительности аппаратуры, а при большей интенсивности возникнет насыщение. Поэтому лишь использование результатов многих экспериментов, выполненных с атомами и ионами, имеющими разные потенциалы ионизации, при различной частоте излучения и длительности лазерного импульса может дать искомую общую картину процесса нелинейной ионизации. Даже для наблюдения узкой переходной области от многофотонной к туннельной ионизации пришлось использовать несколько атомарных сред (см. рис. 2).

Наконец, отметим, что при туннельной и надбарьерной ионизации существенную информацию о процессе дают энергетические и угловые распределения образующихся электронов. Однако экспериментальное исследование электронных спектров осложнено тем обстоятельством, что они искажаются на пути от точки, где произошла ионизация, до детектора из-за наличия поперечного ускорения электронов в неоднородном поле лазерного излучения. Поэтому лишь при экстремально малой длительности импульса излучения, когда за время его действия электрон не успевает существенно изменить свои координаты, эти искажения будут пренебрежимо малы. Может использоваться и другая методика, связанная с учетом воздействия неоднородного поля на движущиеся электроны, однако она требует сложных компьютерных расчетов.

Мы рассмотрим всю совокупность экспериментальных и теоретических данных о туннельном эффекте и надбарьерном развале атомов в переменном поле. Часть этого материала уже обобщалась ранее в обзорах [7–10] и в монографии [5]. Поэтому основное внимание будет уделено новым данным.

3. Вероятности туннельной ионизации атомов и их ионов полем лазерного излучения

Вероятность туннельной ионизации в единицу времени для возбужденного состояния атома водорода с главным квантовым числом n , орбитальным — l и магнитным — m , линейно поляризованным полем лазерного излучения

была получена в [11] (см. также [5]):

$$w = \sqrt{\frac{3n^3 F}{\pi}} \frac{(2l+1)(l+|m|)! 2^{4n-2|m|-2} n^{-6n+3|m|}}{(n+l)!(n-l-1)! (|m|)! (l-|m|)!} \times \frac{\exp[-2/(3n^3 F)]}{F^{2n-|m|-1}}. \quad (6)$$

Это выражение справедливо, когда напряженность поля лазерного излучения мала по сравнению с напряженностью поля в атоме, т.е. по сравнению со значением $1/16n^4$. В случае циркулярно поляризованного поля имеет место соотношение, аналогичное (6), но без фактора $\sqrt{3n^3 F/\pi}$. Для основного состояния атома водорода выражение (6) сводится к (3), как и должно быть.

Рассмотрим далее случай сложных атомов и атомарных ионов. Используя метод квантового дефекта, заменим главное квантовое число n эффективным главным квантовым числом

$$n^* \equiv Z\sqrt{2E_i}.$$

Производя в (6) замену $n \rightarrow n^*$ и используя формулу Стирлинга для факториалов, получим для случая линейно поляризованного поля (случай s-состояния взяты в целях простоты) [12] (формула АДК — Аммосова — Делоне — Крайнова)

$$w_{\text{АДК}} = \sqrt{\frac{3n^{*3} F}{\pi Z^3}} \frac{FD^2}{8\pi Z} \exp\left(-\frac{2Z^3}{3n^{*3} F}\right). \quad (7)$$

Здесь введено обозначение, которое будет часто встречаться в дальнейшем:

$$D \equiv \left(\frac{4eZ^3}{Fn^{*4}}\right)^{n^*}. \quad (8)$$

В случае поля циркулярной поляризации вероятность ионизации в единицу времени имеет более простой вид:

$$w_{\text{АДК}} = \frac{FD^2}{8\pi Z} \exp\left(-\frac{2Z^3}{3n^{*3} F}\right). \quad (9)$$

Из (6) видно, что вероятность ионизации состояний с отличным от нуля магнитным квантовым числом мала по сравнению с вероятностью ионизации состояний с нулевым магнитным квантовым числом (при одинаковых остальных параметрах). Соответствующие выражения можно найти в [12]. Следует также отметить, что при усреднении по магнитному квантовому числу рассматриваемого связанного состояния (что имеет место в случае равноваселения этих состояний) получающееся выражение для вероятности ионизации совпадает с полученными выше (7), (9). Таким образом, эти выражения могут быть использованы практически для всех атомов и их положительных ионов с любой кратностью заряда.

Конечно, формально применение формулы Стирлинга оправдано только для больших значений главного квантового числа. Однако по численным причинам оно оказывается справедливым с хорошей точностью даже для основных состояний атомарных систем [12].

Полученные выражения имеют ограничения области применимости. Причина заключается в штарковском понижении энергии основного состояния, что, безу-

словно, приводит к уменьшению вероятности ионизации. В принципе, если штарковский сдвиг известен, то (7), (9) легко модифицируются посредством подстановки в (6) возмущенного значения энергии вместо невозмущенного. Для основного состояния атома водорода этот эффект был учтен в [13, 14]. Штарковский сдвиг учитывался вне рамок теории возмущений, которая неприменима в сильном поле. Он привел к уменьшению вероятности ионизации при заданном значении напряженности поля примерно в 1,5–2 раза и к более слабому наклону кривой зависимости вероятности от напряженности.

В [15] вычислялись численно вероятности ионизации в единицу времени основных состояний атомов гелия и лития постоянным электрическим полем. Для волновых функций этих состояний использовалось приближение Хартри–Фока. Результаты сравнивались с выражением (9) для циркулярно поляризованного поля (как уже говорилось выше, соответствующие вероятности имеют такой же вид, что и для постоянного поля). Было показано, что численные расчеты приводят к значениям вероятности, существенно меньшим, чем из (9). Это расхождение может быть обусловлено тем, что в расчетах брались достаточно большие значения напряженности поля, в то время как заметные отклонения от туннельной формулы (9) начинаются уже в относительно слабых полях. Причина этого состоит в том, что если написать поправки к туннельным формулам для вероятности ионизации, то они сводятся к фактору $(1 + C_1 F + C_2 F^2 + \dots)$, причем коэффициенты C_1, C_2, \dots асимптотического ряда представляют собой весьма большие числа. Итак, из результатов работы [15] можно заключить, что туннельные формулы (включая (2) и (3)) численно работают при значениях напряженности поля, которые существенно меньше критической напряженности (5). Далее будет показано, что этот вывод не согласуется с экспериментальными данными. В настоящий момент времени причина расхождения не ясна.

Полученные выше результаты относились к монохроматическому электромагнитному полю. В случае некогерентного излучения текущее значение его интенсивности $I(t)$ может быть как больше, так и меньше среднего значения $\langle I(t) \rangle = I$. Вследствие сильной нелинейности процесса туннельной ионизации большие значения интенсивности вносят больший весовой вклад в вероятность ионизации, нежели меньшие (по сравнению со средним значением). Следовательно, вероятность ионизации под действием некогерентного излучения *больше*, чем под действием монохроматического излучения при одной и той же средней интенсивности [16]. Фактор усиления может быть рассчитан для конкретных функций распределения лазерного излучения по интенсивности (см. детально в [17]).

4. Энергетические и угловые распределения фотоэлектронов при туннельной ионизации

4.1. Линейно поляризованное излучение

В разделе 3 полученные формулы относились к вероятности ионизации, проинтегрированной по всем значениям энергий вылетающих фотоэлектронов и их направлениям.

Выражение для вероятности туннельной ионизации с определенным значением вектора импульса фотоэлект-

рона \mathbf{p} под действием линейно поляризованного излучения было получено в [18, 19]:

$$w(p_{\parallel}, p_{\perp}) = w(0) \exp \left[-\frac{p_{\parallel}^2 \omega^2 (2E_i)^{3/2}}{3F^3} - \frac{p_{\perp}^2 (2E_i)^{1/2}}{F} \right]. \quad (10)$$

Здесь p_{\parallel}, p_{\perp} — компоненты импульса фотоэлектрона вдоль оси поляризации лазерного поля и перпендикулярно ей, соответственно. При выводе (10) подход работы [18] основывается на классическом движении электрона под действием низкочастотного лазерного поля в окрестности максимума напряженности поля:

$$F \cos \omega t \approx F \left(1 - \frac{\omega^2 t^2}{2} \right); \quad t \approx \frac{p_{\parallel}}{F}. \quad (11)$$

Таким образом, электрон получает продольный импульс за время t под действием силы F . Подстановка соотношений (11) в (7) приводит к результату (10). Напротив, подход работы [19] основывается на квантовомеханической теории сильных адиабатических возмущений, предложенной Ландау и Дыхне (см. детально в [3]).

Точное значение предэкспоненциального фактора в (10) было получено в [20] при использовании метода Келдыша – Файсала – Риса [21] с учетом кулоновской поправки:

$$w(0) = \frac{p\omega^2 D^2}{8\pi^3 n^* F} \exp \left[-\frac{2(2E_i)^{3/2}}{3F} \right]. \quad (12)$$

Здесь величина D определяется соотношением (8). Из (10) видно, что вероятность ионизации максимальна при нулевой энергии электрона и экспоненциально убывает с ростом этой энергии. Ширина энергетического спектра фотоэлектронов в соответствии с (10) равна

$$\Delta E_{\parallel} = \frac{3F^3}{\omega^2 (2E_i)^{3/2}} \ll \frac{F^2}{\omega^2}. \quad (13)$$

Таким образом, она мала по сравнению с колебательной энергией этого электрона в поле лазерного излучения (в отличие от случая циркулярной поляризации).

Согласно (10) типичные значения поперечной энергии фотоэлектрона можно оценить, как

$$\Delta E_{\perp} = \frac{F}{\sqrt{2E_i}}. \quad (14)$$

Они малы по сравнению с типичной продольной энергией (13), так как отношение (14) к (13) есть квадрат параметра адиабатичности (4).

Отметим, что после интегрирования (10) по всем значениям продольных и поперечных импульсов фотоэлектронов мы получаем выражение (7), как и должно быть.

Обсудим теперь угловое распределение фотоэлектронов. Из (10) следует, что оно имеет резкий максимум в направлении поляризации лазерного излучения, так как $p_{\perp} = p \sin \theta \approx p\theta$, где $\theta \ll 1$ — угол между направлением вылета фотоэлектрона и осью линейной поляризации лазерного излучения. Ширина углового распределения в соответствии с (10) равна

$$\Delta \theta = \frac{\sqrt{F}}{p(2E_i)^{1/4}}. \quad (15)$$

Отметим, что зависимость (10) от поперечного импульса имеет такой же вид, как и для постоянного электрического поля. Зависимость от частоты появляется только в следующем порядке малости по параметру адиабатичности (4):

$$w \propto \exp \left[-\frac{2}{3F} \left(\frac{1}{2} p_{\perp}^2 + E_i \right)^{3/2} \left(1 - \frac{1}{10} \gamma^2 \right) \right]. \quad (16)$$

Частотная поправка мала даже при параметре адиабатичности порядка единицы, что оправдывает применение туннельных формул и в случае промежуточном между туннельным и многофотонным пределами.

Итак, из (10) следует, что угловое распределение фотоэлектронов под действием низкочастотного поля линейной поляризации имеет вид:

$$w(\theta) = w(0) \exp \left[-\frac{p^2 \sqrt{2E_i}}{F} \theta^2 \right]. \quad (17)$$

С увеличением угла θ вероятность вылета убывает экспоненциально. Это подтверждается и экспериментальными данными (см. раздел 6.4).

4.2. Циркулярно поляризованное излучение

В низкочастотном поле циркулярной поляризации максимальное значение вероятности ионизации достигается не при нулевой энергии фотоэлектрона, как в случае линейной поляризации, а при значении продольной энергии, равной колебательной энергии фотоэлектрона в поле циркулярно поляризованной электромагнитной волны:

$$E_{\parallel} \approx \frac{F^2}{2\omega^2}; \quad E_{\perp} = 0. \quad (18)$$

Ненулевое значение энергии соответствует круговому движению фотоэлектрона в циркулярно поляризованном поле.

Вместо (10) энергетический спектр вылетевших фотоэлектронов имеет следующий вид [18, 19]:

$$w = w_{\max} \sum_N \exp \left[-\frac{\omega^4 \sqrt{2E_i}}{F^3} (N - N_0)^2 \right]. \quad (19)$$

Здесь N — число поглощенных фотонов лазерного излучения, а величина

$$N_0 = \frac{F^2}{\omega^3} + \frac{4E_i}{3\omega} \approx \frac{F^2}{\omega^3} \quad (20)$$

соответствует числу фотонов для максимальной вероятности ионизации. Число поглощенных фотонов может быть связано с энергией E_e вылетевшего фотоэлектрона соотношением, вытекающим из закона сохранения энергии:

$$N\omega = \frac{F^2}{2\omega^2} + E_i + E_e. \quad (21)$$

Первое слагаемое в правой части (21) представляет собой колебательную энергию фотоэлектрона в циркулярно поляризованном поле (равную положительному штарковскому сдвигу границы непрерывного спектра). Мак-

симум вероятности достигается при кинетической энергии фотоэлектрона, близкой к колебательной энергии в циркулярно поляризованном поле.

Максимальное значение вероятности ионизации w_{\max} (19) было найдено в рамках приближения Келдыша–Файсала–Риса [20] с учетом кулоновской поправки по теории возмущений:

$$w_{\max} = \frac{\omega^2 D^2}{8\sqrt{\pi^3 n^* Z F}} \exp \left[-\frac{2(2E_i)^{3/2}}{3F} \left(1 - \frac{1}{15} \gamma^2 \right) \right]. \quad (22)$$

Зависящая от параметра адиабатичности поправка в этом выражении, как и в случае линейной поляризации, соответствует отклонению от режима туннелирования. Отметим, что предэкспоненциальный фактор приводит к сильному увеличению вероятности туннельной ионизации.

Важной особенностью ионизации в циркулярно поляризованном поле является тот факт, что большая часть фотоэлектронов вылетает в плоскости поляризации. Радиус орбиты электрона F/ω^2 в этой плоскости велик по сравнению с размерами атома, но, конечно, мал по сравнению с размерами области фокусировки лазерного излучения. Число электронов, вылетающих под некоторым малым углом ψ к плоскости поляризации, мало и определяется соотношением:

$$w(\psi) = w(0) \exp \left[-\frac{F\sqrt{2E_i}}{\omega^2} \psi^2 \right]. \quad (23)$$

Из (23) следует ширина углового распределения:

$$\Delta\psi = \frac{\omega}{\sqrt{2E_i F^2}}. \quad (24)$$

Экспоненциальное убывание вероятности ионизации с увеличением угла подтверждается экспериментальными данными (см. раздел 6.4).

4.3. Пондеромоторное ускорение фотоэлектронов

Классическое движение электрона в переменном электромагнитном поле может быть представлено как суперпозиция быстрых колебаний с малой амплитудой и медленного дрейфа из-за пространственной зависимости интенсивности лазерного излучения в области фокусировки. Еще раз подчеркнем, что эта амплитуда F/ω^2 всегда мала по сравнению с размерами фокуса R .

Полученные выше результаты относились к случаю, когда координата электрона существенно не изменяется за время действия лазерного импульса t_1 . Это означает, что пройденный электроном путь $L = v t_1 \ll R$, где v — скорость электрона. Такая ситуация реализуется лишь для ультракоротких лазерных импульсов длительностью в пикосекунды и меньше.

В противоположном предельном случае длинных импульсов электрон ускоряется пространственным градиентом лазерного поля в направлении, перпендикулярном лазерному лучу, меняя направление после акта ионизации. Соответствующая сила называется *пондеромоторной* (или градиентной) силой. Ускорение электрона под действием этой силы называется пондеромоторным ускорением. В случае поля линейной поляризации пондеромоторная сила имеет вид

$$\mathbf{j} = -\nabla \left[\frac{F^2(\mathbf{r}, t)}{4\omega^2} \right]. \quad (25)$$

В случае поля циркулярной поляризации правую часть этого выражения следует удвоить.

Пондеромоторное ускорение изменяет лишь угловое и энергетическое распределения фотоэлектронов, но не меняет полную вероятность ионизации в единицу времени. Кинетическая энергия, приобретаемая фотоэлектроном в длинном импульсе, равна

$$E_e = \frac{F^2(\mathbf{r}_0, t_0)}{4\omega^2}. \quad (26)$$

Здесь величины r_0, t_0 представляют собой координату и время акта ионизации в области лазерного фокуса. Так как величина напряженности поля в правой части (26) меняется в области фокусировки, то имеет место некоторое распределение фотоэлектронов по кинетическим энергиям, взвешенное с вероятностью их образования в различных точках. Средняя кинетическая энергия, разумеется, *больше*, чем среднее значение правой части (26), из-за сильной нелинейности процесса туннельной ионизации.

В промежуточном случае, $L \sim R$, кинетическая энергия фотоэлектрона после вылета его из области фокуса может быть рассчитана только численно [22]. Это было сделано для гауссова и более реалистических профилей пространственного распределения интенсивности излучения в фокусе.

Отметим, что приведенные рассуждения относились только к трансляционной части кинетической энергии. Быстрые колебания электрона с малой амплитудой управляются мгновенным значением напряженности поля и плавно затухают до нуля в процессе выхода электрона из области фокусировки. Суммарная кинетическая энергия электрона складывается из пондеромоторной энергии и кинетической энергии, полученной электроном непосредственно в акте ионизации в соответствии с распределениями (10), (19). Максимальное значение кинетической энергии достигается для электронов, вылетающих из центра лазерного фокуса. Распределение электронов по конечным кинетическим энергиям было рассчитано в [23, 24] для линейно поляризованного излучения в предположении, что пространственное распределение лазерного излучения является гауссовым в направлении, перпендикулярном направлению его распространения. Оно имеет вид

$$w(E_e) = w(E_p) \exp \left[-4 \frac{\omega^2 (2E_i)^{3/2}}{3F^3} (E_p - E_e) \right], \quad E_e < E_p;$$

$$w(E_e) = w(E_p) \exp \left[-2 \frac{\omega^2 (2E_i)^{3/2}}{3F^3} (E_e - E_p) \right], \quad E_e > E_p. \quad (27)$$

Здесь максимальная пондеромоторная энергия определяется максимальным значением напряженности поля лазерного излучения (в центре фокуса):

$$E_p = \frac{F_{\max}^2}{4\omega^2}. \quad (28)$$

Еще раз подчеркнем, что полученное распределение (27) относится к случаю длинных лазерных импульсов. Положение максимума спектра определяется максимальным значением пондеромоторной энергии. Отме-

тим несимметричность профиля распределения (27) относительно максимума. Характерная ширина пика распределения (27) мала по сравнению с энергией (28), т.е. пик является достаточно узким. Уширение максимума обусловлено отличными от нуля кинетическими энергиями фотоэлектронов в момент вылета из атома, т.е. оно имеет оценку (13).

Экспериментальные спектры электронов [25] при ионизации атомов ксенона находятся в хорошем согласии с приведенными теоретическими формулами, если учесть (отрицательный) динамический штарковский сдвиг основного состояния (в данном случае он практически совпадает со статическим штарковским сдвигом ввиду малости частоты лазерного излучения): он сдвигает положение максимума энергетического спектра, так как изменяется отсчет кинетической энергии фотоэлектрона.

Обсудим кратко угловое распределение фотоэлектронов в случае длинных импульсов. При линейной поляризации излучения большинство электронов вылетает в плоскости, перпендикулярной оси лазерного излучения, в то время как в момент образования они вылетают в основном вдоль направления вектора поляризации. В случае циркулярной поляризации излучения длительность лазерного импульса не влияет на характер углового распределения электронов: они всегда вылетают в основном в плоскости, перпендикулярной направлению распространения лазерного излучения, а угловое распределение является аксиально симметричным.

4.4. Возврат вылетающих электронов к атомному остову

Всюду выше мы предполагали, что после вылета из-под потенциального барьера атомный электрон улетает на бесконечность. В действительности это верно только для случая постоянного электрического поля. В монохроматическом поле лазерного излучения вылетевший электрон осциллирует; следовательно, он возвращается обратно к атомному остову и рассеивается на нем приблизительно через половину периода излучения. Конечно, такой процесс имеет место, если начальная скорость электрона после вылета из-под потенциального барьера равна нулю, так что он не имеет дрейфовой скорости.

Мы будем рассматривать движение электрона снаружи потенциального барьера в рамках классической механики, пренебрегая распылением соответствующего волнового пакета. При таком классическом движении электрон может приобрести некоторую энергию от внешнего электромагнитного поля. Величина этой энергии зависит от фазы поля в момент вылета электрона из-под барьера. Такой механизм возвратного движения электрона был предложен впервые в [26] и детально изучен в [27–31].

После упругого рассеяния на атомном остове электрон улетает на бесконечность, получив эту энергию от внешнего поля. В принципе, возможно и многократное рассеяние, однако с практической точки зрения его вероятность невелика.

Помимо рассеяния электрон при возврате может и рекомбинировать в исходное связанное состояние атома. Избыточная энергия уносится спонтанно испущенным фотоном (это так называемая генерация гармоник). (Мы не будем рассматривать этот процесс детально.)

Наконец, возвращающийся электрон может неупруго рассеяться на атомном остове с вылетом второго электрона. Так как энергия возвращающегося электрона имеет порядок величины колебательной энергии электрона в поле электромагнитной волны, то в туннельном режиме эта энергия гораздо больше, чем потенциал ионизации атомного остова. Таким образом, второй электрон может приобрести энергию гораздо большую, чем потенциал ионизации, и имеет место *надпороговая ионизация* обоих электронов, сопровождающаяся поглощением гораздо большего числа фотонов, чем требуется для ионизации согласно закону сохранения энергии.

Вычислим энергию, которую может приобрести электрон от электромагнитного поля в процессе его возврата к атомному остову. Отметим, что такая задача имеет смысл только в туннельном режиме. В противоположном случае многофотонного режима ионизации (параметр адиабатичности $\gamma \gg 1$) амплитуда колебаний электрона F/ω^2 мала по сравнению с длиной E_i/F , проходимой электроном под потенциальным барьером. Следовательно, в этом случае можно пренебречь классическими осцилляциями вне барьера.

Кроме того, мы рассматриваем только случай *линейной* поляризации лазерного излучения. Очевидно, классический возврат электрона невозможен в поле циркулярно или эллиптически поляризованного излучения. В целях простоты выкладок далее в этом разделе положим заряд и массу электрона равными единице.

Одномерное уравнение Ньютона для движения свободного электрона вдоль оси поляризации излучения после выхода из-под потенциального барьера имеет вид

$$a(t) = -F \sin(\omega t + \varphi). \quad (29)$$

Здесь $a(t)$ — ускорение электрона, φ — начальная фаза линейно поляризованного электромагнитного поля, F , ω — амплитуда напряженности и частота поля, соответственно.

Интегрируя (29), получим скорость электрона как функцию времени:

$$v(t) = v(0) + \frac{F}{\omega} [\cos(\omega t + \varphi) - \cos \varphi]. \quad (30)$$

Здесь $v(0)$ — скорость электрона в начальный момент времени $t = 0$, когда электрон вылетает из-под потенциального барьера. В дальнейшем мы полагаем $v(0) = 0$ для туннельного квазистатического процесса.

Далее, интегрируя (30), получим координату электрона как функцию времени:

$$x(t) = x(0) + \frac{F}{\omega^2} [\sin(\omega t + \varphi) - \sin \varphi] - \frac{Ft}{\omega} \cos \varphi. \quad (31)$$

Здесь $x(0)$ — начальная координата электрона.

В туннельном режиме амплитуда колебаний электрона F/ω^2 велика по сравнению с координатой E_i/F правой классической точки поворота (точки выхода электрона из-под барьера). Следовательно, можно приближенно положить $x(0) = 0$.

Через некоторое время $\tau > 0$ электрон возвращается к атомному остову. Таким образом, следует положить $x(\tau) = 0$ снова. Согласно (31) получаем уравнение

$$\sin(\omega \tau + \varphi) - \sin \varphi = \omega \tau \cos \varphi. \quad (32)$$

Наша цель состоит в определении скорости электрона $v(\tau)$ в момент возврата. Эта величина является функцией фазы φ . Мы вычислим только максимальное значение этой скорости. Условие максимума имеет очевидную форму

$$\frac{dv(\tau)}{d\varphi} = 0. \quad (33)$$

Подставляя (30) в (33), получим уравнение

$$\left(\omega \frac{d\tau}{d\varphi} + 1\right) \sin(\omega\tau + \varphi) = \sin \varphi. \quad (34)$$

С другой стороны, дифференцируя выражение (32) по φ , получим второе уравнение

$$\left(\omega \frac{d\tau}{d\varphi} + 1\right) [\cos(\omega\tau + \varphi) - \cos \varphi] = -\omega\tau \sin \varphi. \quad (35)$$

При делении (35) на (34) почленно получим уравнение, не содержащее производной:

$$\cos(\omega\tau + \varphi) - \cos \varphi = -\omega\tau \sin(\omega\tau + \varphi). \quad (36)$$

Из алгебраической системы уравнений (32) и (36) следует, что

$$4\varphi = -\pi - 2\omega\tau. \quad (37)$$

Подставляя (37) обратно в (32), находим уравнение для времени возврата:

$$\omega\tau(1 + \cot \omega\tau) = 1. \quad (38)$$

Численное решение этого трансцендентного уравнения есть $\omega\tau = 4,08556$. Тогда из (37) следует, что $\varphi = -1,25739$. Следует отметить, что время возврата несколько больше, чем половина периода поля лазерного излучения.

Подставляя полученные значения $\omega\tau$, φ в (30), находим максимальную скорость и максимальную энергию электрона в момент возврата к атомному остову:

$$E_{\max} = \frac{1}{2} v_{\max}^2(\tau) = \frac{F^2}{2\omega^2} [\cos(\omega\tau + \varphi) - \cos \varphi]^2 \approx 3,173 E_p, \quad (39)$$

где $E_p = F^2/4\omega^2$ — максимальная ponderomotorная энергия электрона в поле линейной поляризации. Этот результат был впервые получен в [30]. Видно, что вследствие эффекта возврата электрон может приобрести энергию порядка ponderomotorной, в то время как в отсутствие возврата значение средней энергии электрона гораздо меньше (см. (13)).

В предположении, что фаза поля принимает случайные значения, в [32] было найдено энергетическое распределение электронов после возврата к атомному остову. Показано, что очень резкий максимум имеет место вблизи E_{\max} . Показано также, что возврат электрона вообще невозможен для фаз поля в интервале $0 < \varphi < \pi$. Таким образом, лишь приблизительно половина электронов возвращается обратно к атомному остову через половину периода лазерного поля.

Можно сделать вывод, что эффект возврата влияет на энергетическое распределение электронов при туннельной ионизации, приводя к появлению "горячих" электронов. Однако число таких электронов очень мало. Более того, значение (39) представляет собой максимальную энергию электрона только в процессе генерации гармоник, когда этот электрон рекомбинирует в основное состояние атома с испусканием спонтанного фотона с энергией (39). Кроме того, возможен процесс перерасcеяния электрона на атомном остове. После перерасcеяния лазерное поле может и дальше передавать энергию электрону. Максимальная энергия (порядка $10E_p$) достигается, когда электрон после перерасcеяния продолжает двигаться назад [33].

Механизм возврата электрона может быть описан и квантовомеханически при помощи теории Келдыша–Файсала–Риса, которая использует первый порядок теории возмущений по величине потенциала атомного остова между невозмущенным начальным связанным состоянием и волковским состоянием непрерывного спектра. Записывая точную амплитуду перехода с помощью второй итерации по потенциалу атомного остова и делая приближение, что в промежуточном состоянии электрон движется только под действием поля электромагнитной волны, а в конечном состоянии его волновая функция есть снова волковская функция, можно рассчитать энергетический спектр электронов для атома гелия [34]. Полученный энергетический спектр содержит и "горячие" электроны с энергией вплоть до $10E_p$. Таким образом, квантовомеханические расчеты подтверждают результаты простой классической теории, изложенной выше. Однако в [34] не учитывалась кулоновская поправка, а потенциал атомного остова имел вид дельта-функции.

5. Надбарьерная ионизация

Классическая формула (5) соответствует ступенчатой классической зависимости выхода ионов от напряженности электрического поля низкочастотного лазерного излучения: он равен нулю при $F < F_{BSI}$; при противоположном знаке неравенства все атомы ионизируются. Однако такая классическая модель является слишком упрощенной. В данном разделе развивается квантовомеханический подход к надбарьерной ионизации, который включает в себя туннельную ионизацию, рассмотренную выше, в качестве предельного случая относительно слабого поля, т.е. сглаживает ступенчатую зависимость. Для решения поставленной задачи, изложенной в [20], используется метод Келдыша–Файсала–Риса [21], не имеющий ограничений сверху по напряженности поля лазерного излучения, в отличие от теории Келдыша [1]. Кроме того, учитывается кулоновская поправка к волковской волновой функции конечного состояния непрерывного спектра. В целом можно заключить, что в области критической напряженности туннельные формулы завышают вероятность ионизации (рис. 3). При больших напряженностях зависимость $w(F)$ становится еще более плавной.

В этом разделе обсуждается также роль штарковского сдвига исходного связанного состояния. Его величина значительно уменьшается по сравнению с предсказаниями, основанными на наименьшем, втором порядке теории возмущений, с ростом напряженности поля, как

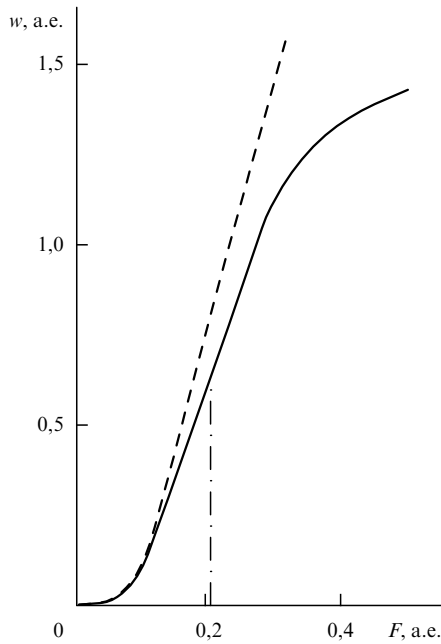


Рис. 3. Вероятность надбарьерной ионизации основного состояния атома водорода в единицу времени низкочастотным циркулярно поляризованным полем. Вертикальная прямая соответствует критическому значению напряженности поля, при которой уровень энергии касается вершины эффективного потенциального барьера. Пунктирная кривая соответствует экстраполяции туннельной формулы (2) в надбарьерную область (взята из [35]).

следует из имеющихся численных расчетов для атома водорода.

В то время как туннельная ионизация в постоянном электрическом поле возможна только в рамках классической механики, надбарьерная ионизация представляет собой классический пороговый эффект; туннельная ионизация в низкочастотном переменном поле возможна в классической механике лишь при специальном наборе начальных условий (так называемая диффузия Арнольда [36]) и не описывается какими-либо аналитическими зависимостями.

5.1. Кулоновская поправка

Метод Келдыша–Файсала–Риса основывается на S-матричном подходе, в котором в качестве конечного состояния рассматривается состояние электрона, находящегося только в поле лазерного излучения. Учет кулоновского потенциала атомного или ионного остова проводится в рамках квазиклассической теории возмущений, как поправки к классическому действию [20, 35]. Амплитуда перехода из начального связанного состояния i в конечное состояние непрерывного спектра f описывается элементом S-матрицы:

$$A_{if} = -i \int \langle \Psi_f^{(f)} | V(\mathbf{r}, t) | \Psi_i^{(0)} \rangle dt. \tag{40}$$

Здесь

$$V(\mathbf{r}, t) = \frac{1}{c} (\mathbf{p} \cdot \mathbf{A}) + \frac{1}{2c^2} \mathbf{A}^2$$

— потенциал взаимодействия между атомной системой и внешним электромагнитным полем в "калибровке ско-

рости", учитываемый в дипольном приближении. Кулоновская поправка I определена в (41). Волковская волновая функция конечного состояния непрерывного спектра имеет в той же калибровке следующий вид:

$$\Psi_f^{(f)}(\mathbf{r}, t) = \exp \left\{ -i \mathbf{p} \cdot \mathbf{r} + \frac{i}{2} \int^t \left[\mathbf{p} + \frac{1}{c} \mathbf{A}(t') \right]^2 dt' \right\}.$$

В целях простоты предположим сначала, что начальное связанное состояние имеет угловой момент, равный нулю (затем будут рассмотрены и другие значения углового момента). Тогда невозмущенная волновая функция начального связанного состояния имеет следующий асимптотический вид (на расстояниях, больших по сравнению с размером атомной системы; именно такие расстояния существенны в интеграле (40)):

$$\Psi_i^{(0)}(\mathbf{r}, t) = \sqrt{\frac{Z^3}{8\pi^2}} \left(\frac{2e^2}{\pi} \right)^{n^*} (Zr)^{n^*-1} \exp \left(-\frac{Zr}{n^*} + iE_i t \right).$$

Здесь была использована формула Стирлинга для факториала эффективного главного квантового числа $n^* \equiv Z/\sqrt{2E_i}$.

Кулоновская поправка к волковской волновой функции определяется в рамках квазиклассической теории возмущений по величине кулоновского потенциала $U = -Z/r$ (здесь Z — заряд атомного или ионного остова). Находим

$$I = \exp \left(-i \int U dt \right). \tag{41}$$

Далее интегрирование по времени заменяем интегрированием по радиальной координате, используя очевидное соотношение

$$dt = \frac{dr}{p} = \frac{dr}{\sqrt{(Z/n^*)^2 - 2Fr}}.$$

Здесь p — радиальный импульс электрона. Мы пренебрегаем центробежной энергией, а также вкладом кулоновского потенциала в этот импульс, так как ограничиваемся первым порядком квазиклассической теории возмущений по кулоновскому потенциалу.

Верхний предел интегрирования по радиальной координате в (41) есть правая классическая точка поворота, в которой $p(r_0) = 0$, так как большие расстояния меняют только постоянную фазу амплитуды перехода. Нижний предел интегрирования есть некоторая достаточно произвольная точка r , удовлетворяющая, однако, двум условиям, ограничивающим ее сверху и снизу. Сверху величина r ограничена условием, что в этой области можно пренебречь внешним электрическим полем, т.е. $Fr \ll E_i$. Снизу она ограничена тем обстоятельством, что мы используем асимптотическое выражение для невозмущенной волновой функции начального состояния: $r \gg n^{*2}/Z$. Оба неравенства выполняются в случае туннельной ионизации. Однако для надбарьерной ионизации все указанные величины имеют одинаковый порядок, так что получаемые предэкспоненциальные факторы в вероятности надбарьерной ионизации имеют лишь полуколичественную точность.

Отметим, что хотя низкочастотное поле электромагнитного излучения является переменным, при вычисле-

нии кулоновской поправки мы рассматриваем лишь максимальное значение напряженности поля, так как только в окрестности этого максимального значения вероятность ионизации заметно отлична от нуля.

После вычисления простого интеграла в (41) получаем следующее выражение для кулоновской поправки [20]:

$$I = \left(\frac{2Z^2}{n^* Fr} \right)^{n^*}. \quad (42)$$

Интегрирование выражения (40) по частям упрощает его вид [21]:

$$A_{if} = i \left(\frac{1}{2} p^2 + E_i \right) \int \langle \Psi_f^{(V)} | I | \Psi_i^{(0)} \rangle dt. \quad (43)$$

Далее мы проведем расчеты для полей линейной и циркулярной поляризации.

5.2. Циркулярно поляризованное излучение

Векторный потенциал циркулярно поляризованного излучения записывается в виде

$$\mathbf{A} = \frac{cF}{\omega} (\mathbf{i}_x \cos \omega t + \mathbf{i}_y \sin \omega t).$$

Здесь введены единичные орты вдоль осей координат x и y . Подставляя это выражение в волковскую волновую функцию, входящую в (43), вычисляем амплитуду перехода и затем вероятность перехода. Напомним, что мы предполагаем, что энергия фотона лазерного излучения мала по сравнению с энергией связи начального состояния атомной системы, а напряженность поля имеет порядок величины критической напряженности (5). В результате получим следующее выражение для энергетического и углового распределения вылетевших фотоэлектронов:

$$\frac{dw}{d\Omega} = \frac{\omega Z D^2}{(2\pi n^*)^2 \sqrt{2F}} \times \\ \times A_i^2 \left[\frac{2E_i + (F\psi/\omega)^2 + \omega^4(N - N_0)^2/F^2}{(2F)^{2/3}} \right]. \quad (44)$$

Здесь N — число поглощенных фотонов лазерного излучения, определяющее кинетическую энергию вылетевшего фотоэлектрона согласно закону сохранения энергии (21). Величина N_0 соответствует максимальному значению вероятности: она определяется выражением (20). Величина ψ представляет собой малый угол между направлением вылетевшего фотоэлектрона и плоскостью поляризации лазерного излучения. Наконец, $A_i(x)$ — функция Эйри. В туннельном пределе слабого поля выражение (44) переходит в совокупность энергетического и углового распределений, определяемых соотношениями (19) и (23).

Ширина энергетического спектра, имеющего максимум при кинетической энергии электрона, равной колебательной энергии в поле циркулярно поляризованного излучения $F^2/2\omega^2$, в соответствии с (44) равна

$$\Delta E_c = \frac{F^{3/2}}{\omega \sqrt{2E_i}}.$$

Спектральная ширина растет с ростом напряженности поля. Таким образом, энергетический спектр при

надбарьерной ионизации оказывается более широким, чем при туннельной ионизации.

Интегрируя (44) по всем энергиям (т.е. суммируя по всем числам поглощенных фотонов в окрестности N_0) и углам вылета фотоэлектрона, получим вероятность надбарьерной ионизации в единицу времени циркулярно поляризованным излучением

$$w_{BSI} = \frac{Z D^2 \sqrt{2F}}{2n^*} \left[\left(\frac{dA_i(k)}{dk} \right)^2 - k A_i^2(k) \right]. \quad (45)$$

Здесь введено обозначение

$$k \equiv \frac{2E_i}{(2F)^{2/3}}. \quad (46)$$

Мы можем учесть штарковский сдвиг начального связанного состояния путем замены во всех приведенных выше формулах E_i на $E_i(F)$ где возмущенная энергия состояния получается из невозмущенной добавлением штарковского сдвига во всех порядках теории возмущений. Вследствие малости частоты излучения этот штарковский сдвиг можно считать статическим. Однако численные расчеты для штарковского сдвига вне рамок наинизшего приближения известны только для атома водорода [37]. В этом случае найдено, что уже при напряженности поля, на порядок меньше, чем критическое значение (5), штарковский сдвиг начинает заметно отличаться от значения в наинизшем (квадратичном по напряженности поля) приближении. При дальнейшем увеличении напряженности поля величина штарковского сдвига оказывается гораздо меньше, чем экстраполяция квадратичного штарковского сдвига в эту область барьерных полей. По этой причине разумнее вообще не учитывать штарковский сдвиг в приведенных выше формулах, нежели подставлять известные поправки второго порядка теории возмущений и экстраполировать их на критические поля.

Используя известные асимптотические свойства функции Эйри и ее производной, можно получить из (45) в пределе слабого поля ($k \gg 1$) формулу ADK (9), как и должно быть. В случае основного состояния атома водорода в пределе слабого поля из (45) с точностью 18 % получается хорошо известная формула (2) (отличие обусловлено применением формулы Стирлинга для 1!).

На рисунке 4 показано отношение вероятности надбарьерной ионизации, вычисленной согласно (45), к вероятности туннельной ионизации, вычисленной по формуле (9) теории ADK, как функция универсального параметра k (46). Можно сделать вывод, что вероятность надбарьерной ионизации *меньше*, чем экстраполяция вероятности туннельной ионизации в надбарьерную область. Чем больше напряженность поля, тем сильнее различие вероятностей.

Численные расчеты вероятности ионизации под действием постоянного электрического поля с напряженностью порядка (5) и выше для основного и некоторых возбужденных состояний атома водорода были выполнены в [37].

На рисунке 5 показана зависимость вероятности ионизации в единицу времени для основного состояния атома водорода как функция напряженности постоянного электрического поля. При сравнении с результатом (45) численные значения в области барьерных полей

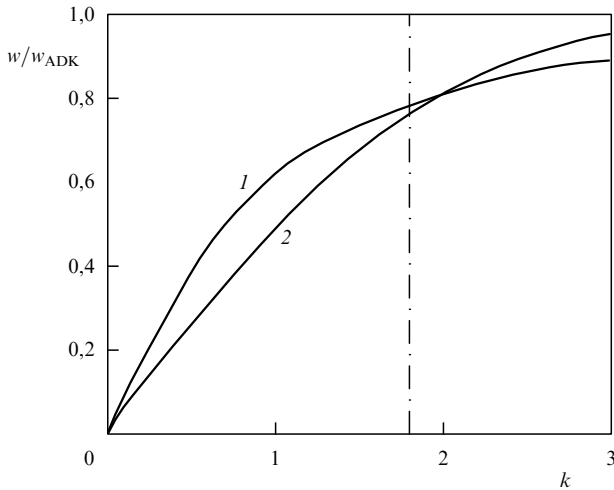


Рис. 4. Отношение вероятности надбарьерной ионизации [20] к вероятности туннельной ионизации (формула ADK) как функция универсального параметра k (46): 1 — циркулярная поляризация, 2 — линейная поляризация.

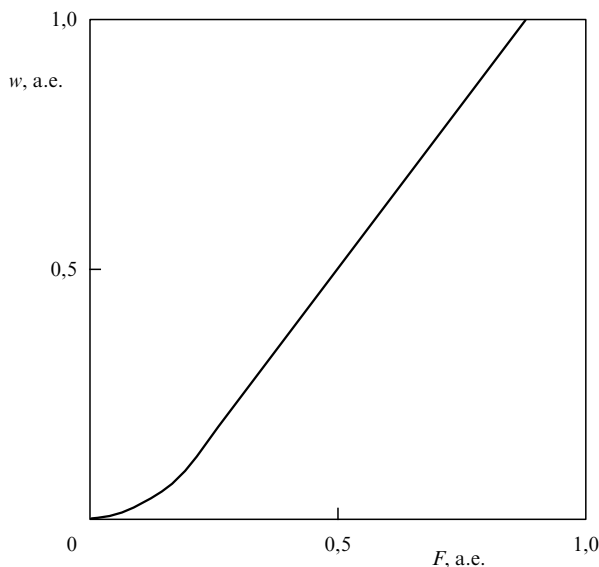


Рис. 5. Вероятность ионизации основного состояния атома водорода в единицу времени постоянным электрическим полем как функция его напряженности согласно расчетам [37].

оказываются в 5–8 раз меньше. Таким образом, можно сделать вывод, что как туннельные формулы ADK, так и приведенные здесь выражения для вероятности надбарьерной ионизации *завышают* точное значение вероятности.

Здесь рассматривалась ионизация из связанного состояния с нулевым угловым моментом. Практический интерес представляют также p -состояния (атомы и ионы инертных газов). Из анализа предэкспоненты в формуле (6) следует, что основной вклад в вероятность ионизации вносит состояние с магнитным квантовым числом $m = 0$. Вероятности ионизации из состояний с $m = +1$ и -1 оказываются гораздо меньше. Эти утверждения справедливы не только в случае туннельной, но и надбарьерной ионизации. Далее, из (6) следует, что вероятность ионизации из p -состояния с $m = 0$ в три раза больше, чем из s -

состояния. Поэтому вероятность ионизации p -состояния, усредненная по всем магнитным квантовым числам (такое усреднение проводится, когда указанные подсостояния равнозаселены), оказывается просто равной вероятности ионизации s -состояния, определяемой выражением (45). Из сказанного заключаем, что такой же вывод можно сделать и для начальных атомных состояний с большими угловыми моментами.

5.3. Линейно поляризованное излучение

Векторный потенциал линейно поляризованного электромагнитного поля записывается в виде (в дипольном приближении):

$$\mathbf{A} = -\frac{c\mathbf{F}}{\omega} \sin \omega t.$$

Подставив это выражение в волковскую волновую функцию, содержащуюся в амплитуде (43), вычисляем амплитуду и затем квадрат ее модуля, получая распределение вылетевших электронов по углам и энергиям. Для начального состояния s предположим, что энергия фотона лазерного излучения мала по сравнению с потенциалом ионизации рассматриваемого атомного состояния, а напряженность поля порядка барьерного значения (4). Детали расчетов можно найти в [20]. В отличие от случая циркулярной поляризации, здесь разложение волковской волновой функции в ряд Фурье нецелесообразно, так как в общем случае произвольных параметров адиабатичности приводит к обобщенным функциям Бесселя [21]. Непосредственное вычисление выражения (43) методом перевала приводит к следующему распределению вылетевших фотоэлектронов по продольным p_{\parallel} и поперечным импульсам p_{\perp} (по отношению к направлению поляризации поля лазерного излучения):

$$\frac{dw}{d\Omega} = \frac{p\omega^2 ZD^2}{(\pi n^*)^2 (2F)^{4/3}} Ai^2 \left[\frac{2E_i + p_{\perp}^2 + F\gamma^3 p_{\parallel}^2 / (3\omega\sqrt{2E_i})}{(2F)^{2/3}} \right]. \quad (47)$$

Здесь p_{\perp} может быть связан с малым углом θ между направлением вылетевшего электрона и поляризацией лазерного излучения: $p_{\perp} = p \sin \theta = p\theta$. Величина D определена соотношением (8), а параметр адиабатичности γ — формулой (4).

В туннельном пределе из (47) следует (10), как и должно быть (с корректным предэкспоненциальным фактором). Как и в случае туннельной ионизации, энергетический спектр имеет максимум при нулевой кинетической энергии электрона.

Интегрируя (47) по всем энергиям и углам фотоэлектрона, получаем вероятность ионизации в единицу времени при барьерной ионизации линейно поляризованным полем:

$$w_{BSI} = \frac{4\sqrt{3}FD^2}{\pi n^* \sqrt{2F}} \int_0^{\infty} Ai^2 \left[x^2 + \frac{2E_i}{(2F)^{2/3}} \right] x^2 dx. \quad (48)$$

В туннельном пределе относительно слабого поля это выражение переходит в результат теории ADK (7), как и должно быть.

На рисунке 4 показано отношение выражений (48) и (7) как функция параметра k (46). Можно сделать вывод, что вероятность надбарьерной ионизации, как и в случае

циркулярной поляризации поля, *меньше*, чем экстраполяция туннельной ADK теории в область барьерных полей. Опять различие увеличивается с ростом напряженности поля.

В заключение отметим, что в этом разделе были получены простые аналитические формулы для энергетических и угловых распределений, а также для вероятностей ионизации в единицу времени при надбарьерной ионизации сложных атомов и атомных ионов. Формулы применимы и для молекулярных систем. В предельном случае слабых полей результаты сводятся к известным туннельным формулам ADK [12]. При этом поля должны быть весьма малы по сравнению со значением критического поля (5). Кроме того, впервые получены корректные предэкспоненциальные факторы для энергетических и угловых распределений вылетающих фотоэлектронов при туннельной ионизации. Рассмотрены как случаи линейно, так и циркулярно поляризованного поля. Атомная (или молекулярная) система описывается в рамках приближения квантового дефекта, так что для практических применений полученных выражений нужно знать только энергию начального связанного состояния. Можно сделать также вывод, что при одной и той же напряженности поля вероятности надбарьерной ионизации меньше, чем экстраполяция вероятностей туннельной ионизации в область критических полей. Из полученных результатов можно также заключить, что угловые и энергетические распределения при надбарьерной и туннельной ионизации различаются лишь количественными факторами, но не качественно.

В [38] рассматривалось распределение по энергиям и углам при туннельной ионизации атомных систем полем эллиптической поляризации. Для волковской волновой функции конечного состояния непрерывного спектра так же, как и выше для случая линейной поляризации, не производилось разложение в ряд Фурье, а интегралы в амплитуде перехода вычислялись методом перевала. Кулоновская поправка не учитывалась, так что корректность в полученных выражениях является только показателем экспоненты. Зависимость этого показателя от степени эллиптичности была рассчитана аналитически.

6. Экспериментальные данные и их интерпретация

6.1. Экспериментальные значения параметра адиабатичности

В начале этого обзора отмечалось, что туннельная ионизация имеет место при условиях $\gamma^2 \ll 1$. Параметр адиабатичности γ определен соотношением (4). Однако в экспериментах с излучением видимого и ультрафиолетового диапазонов обычно реализуются значения $\gamma \sim 1$. Изначально этот параметр появился в задаче об ионизации частицы, связанной короткодействующими силами. Применимость этого параметра для атомов и положительных ионов следует из экспериментальных данных [2, 39].

В указанных экспериментах фиксировалась частота излучения и изменялась его интенсивность; наблюдалась ионизация атомов инертных газов, и измерялся энергетический спектр электронов. Было найдено, что резонансные максимумы в спектре имеют место при $\gamma > 1$ и исчезают при $\gamma < 1$. Резонансные максимумы описывают

надпороговое поглощение фотонов при многофотонной ионизации (см. детально в [10]), а также резонансы со связанными состояниями атома. Сглаженные энергетические спектры соответствуют режиму туннельной ионизации, рассмотренному выше. На рисунке 2 показаны типичные результаты эксперимента [2]. В частности, видно, что при $\gamma \sim 1$ реализуется туннельный процесс ионизации. Этот вывод согласуется с приведенными выше теоретическими соображениями. Отметим также, что переход от туннельной к многофотонной ионизации имеет место в узком диапазоне изменения интенсивности лазерного излучения. Частично это можно объяснить тем, что, как мы видели, аналитические формулы для туннельной ионизации зависят от величины γ^2 .

6.2. Выход ионов при туннельной ионизации

Первые попытки наблюдения туннельной ионизации содержались в [40–42]. В этих экспериментах атомы облучались неодимовым лазером с длительностью импульса около 20–30 пс. Зависимость выхода ионов от интенсивности излучения измерялась для атомов ряда инертных газов. Ионы гелия и неона появлялись при значении параметра адиабатичности $\gamma = 0,3–0,5$. Авторы работ [40, 42] предполагали, что имеет место многофотонная ионизация, а в [41] приведены аргументы в пользу туннельного механизма ионизации. Следует отметить, что довольно трудно отличить туннельную ионизацию от многофотонной при больших значениях нелинейности процесса из-за малости диапазона изменения интенсивности в таких экспериментах и практики получения экспериментальных данных в области насыщения ионного сигнала, когда полная вероятность ионизации за импульс порядка единицы.

Систематическое изучение процесса туннельной ионизации началось в 1983 г. [43] (см. исторический обзор в [8]). Измерялись выходы ионов газов при облучении инфракрасным излучением CO₂-лазера с длиной волны 10 мкм при следующих значениях параметра адиабатичности γ и амплитуды напряженности поля F : атомы калия — $\gamma = 0,3$, $F = 0,01$ а.е. [25]; атомы ксенона — $\gamma = 0,01$, $F = 0,05$ а.е. [7]; атомы ртути — $\gamma = 0,03$, $F = 0,01$ а.е. [44]. Типичные зависимости выхода ионов от интенсивности лазерного излучения (так называемые *кривые возбуждения*) показаны на рис. 6. Сравнение экспериментальных данных с результатами расчетов согласно туннельным формулам ADK [12] (см. раздел 2) демонстрирует хорошее согласие в большинстве случаев.

Многочисленные экспериментальные данные с излучением инфракрасного, видимого и ближнего ультрафиолетового диапазонов были получены и в других экспериментах при $\gamma < 1$, $F \sim 0,1$ а.е. [45–49]. Эти данные также находятся в хорошем согласии с предсказаниями формул ADK.

Все процитированные работы относились к случаю линейно поляризованного лазерного излучения. В [46, 48] использовалось также циркулярно поляризованное излучение.

Отношение выхода ионов при циркулярной поляризации к выходу ионов при линейной поляризации излучения измерялось в [50]. Рассматривалась ионизация атомов аргона титан-сапфировым лазером с длительностью 200 фс. Было найдено, что это отношение увеличивается с ростом интенсивности излучения. Измеренные выходы ионов хорошо согласуются с предска-

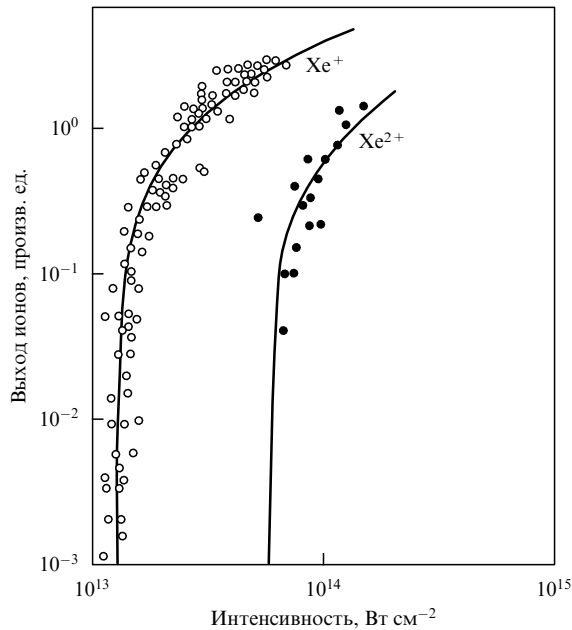


Рис. 6. Выход ионов Xe^+ и Xe^{2+} как функция интенсивности CO_2 -лазера согласно экспериментальным данным [25]. Сплошные линии — результат теоретического расчета по формулам ADK.

ниями теории ADK, хотя в этих экспериментах величина параметра адиабатичности была порядка единицы и несколько меньше. При одинаковой интенсивности напряженность поля циркулярной поляризации в $\sqrt{2}$ раз меньше, чем для линейной поляризации. С другой стороны, циркулярно поляризованное поле действует непрерывно, в отличие от поля линейной поляризации. Это отражается в различии предэкспоненциальных факторов в формулах теории ADK (7) и (9).

В случае экспериментов работы [48] для атомов ксенона и неона это различие составляло фактор порядка 2. Для ионизации указанных атомов циркулярно поляризованным полем нужна интенсивность примерно в 1,5 раза выше, чем в случае линейно поляризованного поля. Этот теоретический вывод подтвердился экспериментально [48].

6.3. Образование многозарядных ионов

Образование многозарядных ионов наблюдалось в ряде экспериментов с атомами инертных газов, облучаемых светом видимого и ближнего инфракрасного диапазонов при $\gamma < 1$ и $F < F_{\text{BSI}}$. Кривые возбуждения для двухзарядных ионов соответствуют каскадному процессу ионизации (см. [3]):



Двухзарядные ионы наблюдаются при интенсивности излучения, когда достигается насыщение выхода однозарядных ионов: полная вероятность ионизации $W = w t_1 \sim 1$, где w и t_1 — вероятность ионизации в единицу времени и длительность лазерного импульса, соответственно. Кривые возбуждения для выхода двухзарядных ионов хорошо описываются формулами ADK как для случая линейной, так и циркулярной поляризации. Эти экспериментальные данные получены в [47–49, 51]. Типичная кривая возбуждения показана на рис. 7.

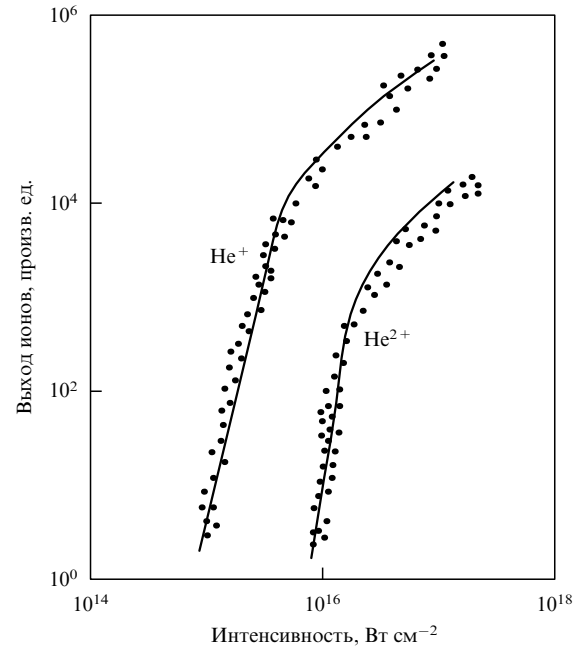


Рис. 7. Выход одно- и двукратно заряженных ионов гелия He^3 как функция интенсивности лазерного излучения согласно экспериментальным данным работы [51]. Сплошные линии — результат теоретического расчета по формулам ADK.

Качественный вид этой кривой и количественное согласие между экспериментальными данными и предсказаниями формул ADK подтверждают предположение о каскадном механизме образования двухзарядных ионов. Кроме того, такое согласие позволяет сделать вывод, что формулы ADK применимы также и для ионизации положительно заряженных ионов с кратностью до $q = 8$ [49].

Следует также заметить, что в одних экспериментах наблюдалась каскадная ионизация [47–49, 51], в то время как в других экспериментах имело место сильное отклонение от каскадного процесса [39, 45, 52–55], хотя во всех экспериментах были примерно одинаковые значения интенсивности излучения и параметра адиабатичности. Соответствующие кривые возбуждения показаны на рис. 8. Видно, что экспериментальные значения выхода ионов сильно превышают оценку по формулам ADK при малых значениях интенсивности излучения. Совпадение теоретических и экспериментальных данных имеет место только при средних и больших значениях интенсивности. Для объяснения этого эффекта предложено две модели прямой ионизации (одновременного отрыва двух электронов) происходящей при малой интенсивности излучения.

1. Модель "встряхивания" [52]. Первый электрон быстро покидает область вблизи атомного остова, вызывая "встряхивание" второго электрона. Этот процесс длится менее четверти оптического периода поля. Ионизация второго электрона происходит вследствие внезапного изменения эффективного потенциала (при образовании нового ионного потенциала) атома в момент быстрого вылета первого электрона [56]. Волновая функция второго электрона при этом не успевает измениться, и ее перекрытие с волновыми функциями непрерывного спектра нового базиса определяет амплитуду ионизации.

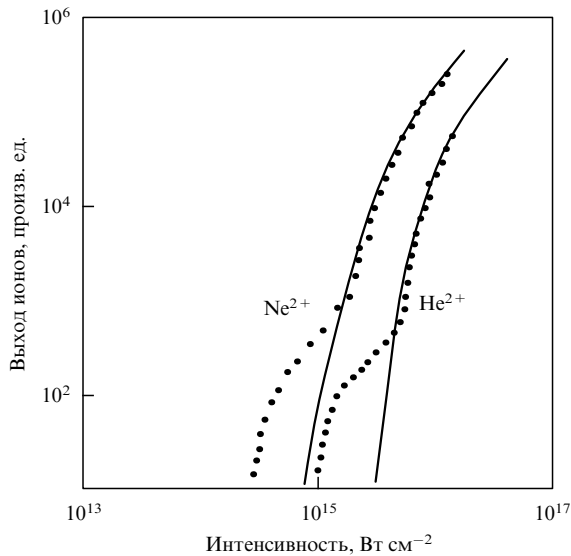


Рис. 8. Выход двукратно заряженных ионов гелия и неона под действием линейно поляризованного поля согласно экспериментальным данным [52, 54]. Сплошные линии — результат теоретического расчета по формулам ADK.

2. Модель возврата электрона (см. раздел 4). Первый освобождающийся электрон взаимодействует с полем лазерного излучения; примерно половина электронов возвращается обратно к родительскому иону в течение приблизительно половины оптического периода. Затем этот электрон выбивает второй электрон из иона путем неупругого удара, поскольку перед этим он может получить значительную энергию от внешнего электромагнитного поля (порядка его колебательной энергии).

Хорошо выраженная поляризационная зависимость выхода ионов, наблюдаемая в эксперименте работы [54], согласуется со второй моделью: эффект наблюдается только для *линейно* поляризованного поля. В настоящее время из полученных результатов нельзя сделать какой-либо однозначный вывод.

Кроме того, неясно, почему эффект имеет место только для малой интенсивности излучения, где и наблюдаются сильные отклонения от предсказаний туннельных формул ADK. Неясно также, почему эффект имеет место для одних типов атомов и отсутствует для других.

Таким образом, экспериментальные данные не позволяют сделать какие-либо заключения о том, почему выход ионов возрастает по сравнению с предполагаемым при каскадном механизме ионизации. Остается также неясным, почему модели встряхивания и возврата применимы только при малых значениях интенсивности и не работают при ее больших значениях.

Возможно, увеличение выхода ионов при относительно малых значениях интенсивности может быть объяснено тем фактом, что эти ионы образуются на краю области лазерного фокуса, где параметр адиабатичности больше единицы. Тогда здесь может иметь место многофотонный резонансный процесс ионизации со связанными состояниями вблизи границы непрерывного спектра. Конечно, резонансный эффект увеличивает вероятность ионизации. Нужно также отметить, что такая модель весьма чувствительна к деталям эксперимента: спектру атомных состояний, частоте излучения,

динамическому штарковскому сдвигу, пространственно-временному распределению интенсивности лазерного излучения; наблюдаемые эффекты можно объяснить и этими деталями.

Еще одно объяснение было предложено в [57]. Вероятность нелинейной одновременной двухэлектронной ионизации вычислялась методом Келдыша–Файсала–Риса, причем межэлектронное взаимодействие включалось, следуя [58], в кулон-волковском приближении (см. также [59]). Это приближение заключалось в том, что конечное состояние двух взаимодействующих друг с другом по закону Кулона электронов, помещенных во внешнее электромагнитное поле, представлялось в аналитической форме. Временная часть конечной волновой функции бралась, как для волковской волновой функции, в то время как координатная часть имела вид кулоновской волновой функции непрерывного спектра. В [57] показано, что расчет воспроизводит характерное "колено" в зависимости выхода ионов от интенсивности, наблюдаемое экспериментально. Найдено, что при интенсивности менее 10¹⁵ Вт см² доминирует одновременный отрыв двух электронов, а при большей интенсивности процесс ионизации является каскадным.

В течение последних лет указанной проблеме был посвящен ряд экспериментальных и теоретических работ [60–65]. Однако в настоящее время нельзя дать однозначного объяснения кривых возбуждения для ряда многозарядных ионов в области относительно небольших значений интенсивности лазерного излучения.

6.4. Энергетические спектры электронов

Энергетические спектры электронов, образующихся при ионизации атомов, были измерены в [2, 18, 25, 66–68]. Следует отметить, что измеренные энергии электронов вдали от места, где образовались эти электроны, равны энергиям непосредственно после процесса ионизации только, если отсутствует пондеромоторное ускорение электронов пространственно-неоднородным полем лазерного излучения. Это справедливо для небольших энергий электронов, коротких лазерных импульсов и больших размеров области фокусировки. Тогда электрон существенно не сдвигается в течение лазерного импульса, т.е. его энергия не изменяется. В противоположном случае существен эффект пондеромоторного ускорения; его можно учесть, если достаточно точно известно пространственно-временное распределение интенсивности лазерного излучения.

Мы рассмотрим здесь экспериментальные данные, которые получены в [18, 25] при значении параметра адиабатичности $\gamma \sim 0,01$ и напряженности поля, малой по сравнению с критическим значением (5).

Длительность лазерного импульса в эксперименте [18] составляла 2,5 пс. За это время электроны смещаются на расстояние порядка 25 мкм и менее, в то время как радиус фокусировки составляет 170 мкм. Следовательно, можно пренебречь пондеромоторным ускорением электронов. На рисунке 9 показан измеренный энергетический спектр электронов. Видно хорошее согласие с теоретической кривой, рассчитанной согласно (10) для поля линейной поляризации. Большинство электронов вылетают с малой кинетической энергией. Выход электронов с большой энергией убывает экспоненциально.

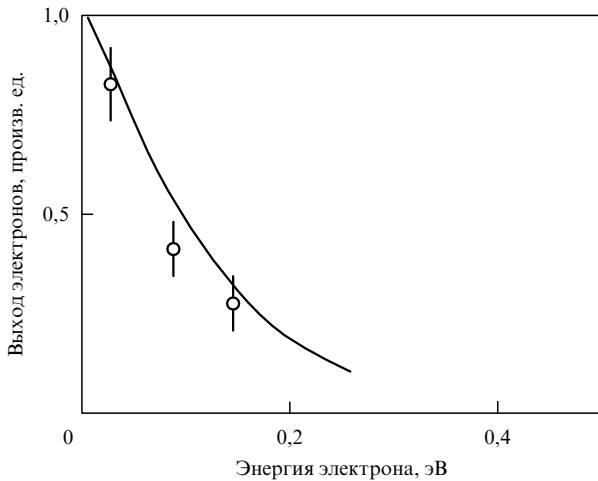


Рис. 9. Энергетический спектр электронов при ионизации атомов ксенона коротким импульсом излучения линейной поляризации с частотой 0,133 эВ и интенсивностью 5×10^{13} Вт см⁻² согласно экспериментальным данным [18]. Теоретическая кривая построена на основе формулы (10).

В [25] получены энергетические спектры при ионизации атомов калия и ксенона длинным лазерным импульсом (2 пс). Пондеромоторное ускорение электронов учитывалось в расчетах, причем начальное распределение по энергиям описывалось соотношением (10). На рисунке 10 показаны экспериментальные и теоретические энергетические спектры. Видно их хорошее согласие друг с другом. В случае атомов ксенона данные эксперимента лучше согласуются с теоретическими предсказаниями, если учесть штарковский сдвиг энергии основного состояния атома (см. также расчеты работ [13, 14]). Экспериментальные данные, полученные при ионизации однозарядных ионов ксенона, также хорошо согласуются с расчетом по формуле (10).

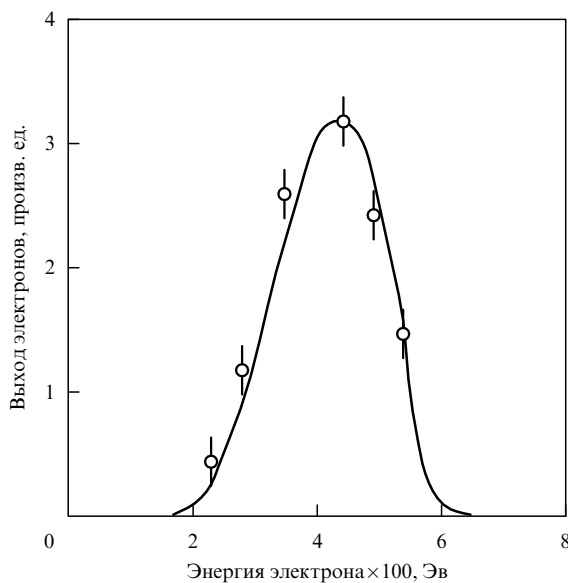


Рис. 10. Энергетический спектр электронов при ионизации атомов ксенона длинным импульсом линейно поляризованного излучения CO₂-лазера согласно экспериментальным и расчетным данным работы [25].

В [66] измерялся энергетический спектр электронов при туннельной ионизации полем циркулярной поляризации. Он показан на рис. 11. Видно, что энергетический спектр сильно отличается от приведенного на рис. 10 для случая линейной поляризации. Он имеет максимум при энергии, равной колебательной энергии электрона в поле циркулярной поляризации $F^2/2\omega^2$, что качественно согласуется с теоретическим спектром (19).

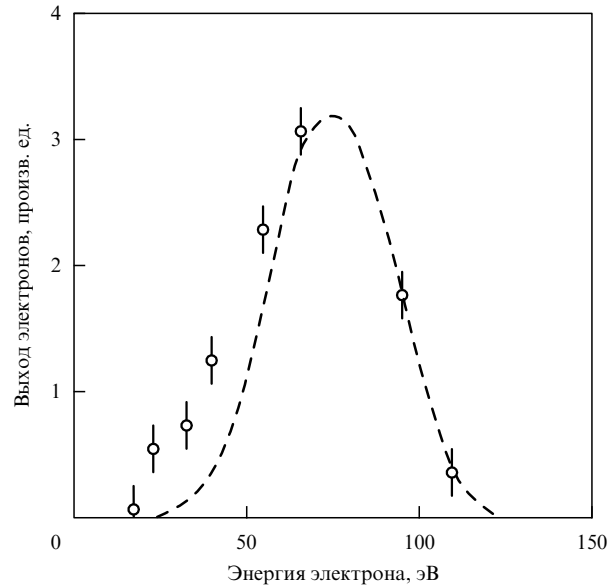


Рис. 11. Энергетический спектр электронов при ионизации атомов гелия коротким импульсом циркулярно поляризованного излучения с интенсивностью 6×10^{15} Вт см⁻² согласно экспериментальным данным работы [66]. Пунктирная линия — результат расчета [66] по формулам (19).

Таким образом, измеренные энергетические спектры электронов при туннельной ионизации ($\gamma < 1$, $F < F_{BSI}$) находятся в согласии с предсказаниями теории.

6.5. Надбарьерная ионизация

В [49, 69–71] наблюдалась ионизация атомов инертных газов и их ионов лазерным импульсом с длительностью около 1 пс при параметре адиабатичности $\gamma < 1$. Авторы этих работ интерпретировали свои результаты как надбарьерную ионизацию, так как напряженность поля излучения превосходила величину (5).

Однако из расчетов [72] следует, что этот вывод некорректен. Во-первых, согласно квантовомеханическим расчетам [37] для основного состояния атома водорода величина критического поля составляет 0,20 а.е. вместо 0,067 а.е. в соответствии с (5). Поэтому значение (5) соответствует туннельному режиму ионизации. Во-вторых, следует принять во внимание отрицательный штарковский сдвиг основного состояния атома. Этот эффект также увеличивает критическое поле в сравнении со значением (5). Наконец, туннельная ионизация на фронте лазерного импульса может доминировать над надбарьерной ионизацией в максимуме импульса (см. также расчеты [73]).

Оценки, сделанные в [72] в предположении гауссовой формы импульса, показывают, что если длительность лазерного импульса менее 30 фс для ионизации основных состояний атомов инертных газов и менее 100 фс для

ионизации атомарных ионов, то туннельной ионизацией на фронте лазерного импульса можно пренебречь. Однако длительности импульсов в цитированных выше работах [49, 69–71] были гораздо больше указанных оценок. Таким образом, в этих экспериментах в действительности наблюдалась туннельная ионизация на переднем фронте лазерного импульса.

Рассмотрим теперь, каковы должны быть оптимальные условия эксперимента для наблюдения надбарьерного развала. Как следует из результатов расчетов [72], эксперимент по наблюдению надбарьерного развала атомов благородных газов накладывает довольно жесткие требования на параметры используемого излучения. Для случая атома криптона длительность импульса должна быть менее 30 фс, а интенсивность в максимуме импульса — более 3×10^{14} Вт см⁻². В случае многозарядных ионов требования к длительности смягчаются, но к интенсивности ужесточаются. Так, для надбарьерного развала иона Xe⁷⁺ необходим импульс с длительностью менее 200 фс и интенсивностью более 10^{16} Вт см⁻².

Другая, более реальная возможность наблюдения надбарьерного развала — использование атомов щелочных металлов. Низкий потенциал ионизации таких атомов обуславливает низкие значения критических полей F_{BSI} (5), что в свою очередь приводит к малым скоростям ионизации и к большим временам насыщения в критическом поле. Необходимо отметить, что поляризуемость атомов щелочных металлов более чем на порядок превышает поляризуемость атомов благородных газов. Однако из-за малых значений критических полей штарковский сдвиг основного состояния относительно невелик. Как показывают расчеты [72], нужны импульсы длительностью менее 1 пс и с интенсивностью более 10^{12} Вт см⁻². Для выполнения условия туннельной ионизации $\gamma \ll 1$ в данном случае необходимо использовать длинноволновое излучение CO₂-лазера.

Отметим принципиальную возможность наблюдения надбарьерного развала в условиях, когда параметр адиабатичности $\gamma > 1$. Но при фиксированной напряженности поля с ростом частоты излучения, т.е. с ростом параметра адиабатичности, условия на длительность импульса становятся более жесткими, так как время насыщения в критическом поле уменьшается с ростом γ .

До сих пор мы обсуждали условия необходимые для реализации надбарьерного развала. Теперь остановимся на том, можно ли разделить туннельную ионизацию и надбарьерный развал в прямом эксперименте. Отметим, что энергетические спектры электронов при туннельном эффекте и надбарьерном развале для $\gamma \ll 1$ количественно практически не отличаются [20]. Возможной постановкой эксперимента является наблюдение выхода ионов при циркулярной и линейной поляризации излучения. Как было предсказано в расчете [21] и зарегистрировано в эксперименте [50], отношение вероятностей туннельной ионизации для циркулярной и линейной поляризации (при одинаковой интенсивности излучения) меньше единицы и растет с ростом интенсивности излучения. При напряженности поля порядка и более критической (5) оно порядка единицы и практически не зависит от интенсивности согласно [20]. Если это отношение в эксперименте порядка единицы, то это и будет означать, что ионизация имеет место в поле с напряженностью больше критической.

7. Релятивистские эффекты

До сих пор мы рассматривали туннельную и надбарьерную ионизацию в рамках нерелятивистской квантовой механики. Таким образом, мы предполагали, что скорость электрона мала по сравнению со скоростью света как в начальном связанном состоянии, так и в конечном состоянии непрерывного спектра. Даже для ионов с кратностью заряда порядка 10 начальное движение связанного электрона можно считать нерелятивистским.

Однако в сильном поле лазерного излучения испущенный электрон может приобрести релятивистскую энергию в конечном состоянии непрерывного спектра, т.е. величину порядка энергии покоя электрона mc^2 . В поле циркулярной поляризации типичная кинетическая энергия электрона порядка его колебательной энергии $F^2/2\omega^2$. Следовательно, релятивистские эффекты существенны для излучения CO₂-лазера при напряженности поля выше 6×10^9 В см⁻¹, т.е. при интенсивности выше 5×10^{16} Вт см⁻². Если же речь идет об излучении видимого диапазона, то требуемое минимальное значение интенсивности повышается до 5×10^{18} Вт см⁻². Следовательно, приведенные выше выражения для вероятностей ионизации, энергетических и угловых распределений испущенных электронов должны быть обобщены и превышают реально достижимые на практике. В поле линейной поляризации, как мы увидим ниже, релятивистские эффекты сказываются при более низких интенсивностях излучения. Хотя в этом случае большинство электронов, как было показано выше, вылетает с малыми, нерелятивистскими энергиями, нас будет интересовать вылет небольшого числа "горячих" электронов, для которых учет релятивистских эффектов является существенным.

Мы не будем рассматривать случай высокочастотных полей, когда интенсивности излучения велики по сравнению со случаем туннельной или надбарьерной ионизации. Ниже мы увидим, что релятивистские эффекты наиболее заметны в энергетических и угловых распределениях фотоэлектронов. Кроме того, будет показано, что туннельная ионизация реализуется для релятивистских электронов в полях, которые приводят к надбарьерной ионизации для нерелятивистских электронов.

7.1. Вероятность ионизации

Вероятность туннельной ионизации дается формулой Ландау – Дыхне [3] (с экспоненциальной точностью):

$$w_{if} \propto \exp \left[-2 \operatorname{Im} \int_0^{t_0} (E_f(t) + E_i) dt \right]. \quad (49)$$

Здесь E_i — невозмущенная энергия начального связанного состояния, а $E_f(t)$ — энергия конечного состояния непрерывного спектра, учитывающая поле лазерного излучения. Классическая точка поворота в комплексной плоскости времени определяется из условия $E_f(t_0) = -E_i$.

Подчеркнем, что выражение (49) справедливо также и в релятивистском случае, так как классическое действие $S = P_i dx^i$ есть релятивистски инвариантная величина. Координатная часть действия определяет только предэкспоненциальный фактор в вероятности перехода (мы пренебрегаем им в данном разделе). Таким образом, выражение (49) справедливо в релятивистском случае,

причем следует использовать релятивистское выражение для энергии конечного состояния непрерывного спектра E_f . В расчетах этого раздела мы пренебрегаем также потенциалом атомного остова (кулоновской поправкой).

Параметр адиабатичности $\gamma < 1$ в релятивистском случае также обуславливает механизм туннельной ионизации. Действительно, увеличивается только релятивистская масса электрона, но по порядку величины она равна массе покоя.

В [74, 75] задача рассматривалась в приближении, когда релятивистские эффекты малы и только магнитодипольное взаимодействие между электроном и электромагнитным полем должно быть учтено в дополнение к нерелятивистскому дипольному электрическому взаимодействию. В [76] рассмотрен общий релятивистский случай, использующий простые аналитические выражения для классического релятивистского движения заряженной частицы в поле электромагнитной волны.

7.2. Релятивистский энергетический спектр фотоэлектронов

Применим изложенный выше подход к расчету релятивистского энергетического распределения фотоэлектронов в поле *линейно* поляризованного низкочастотного лазерного излучения [77]. Ограничимся только случаем испускания электрона вдоль вектора поляризации излучения, так как большинство электронов испускается в этом направлении. Тогда классическая релятивистская энергия электрона в лазерном поле дается известным выражением [78]

$$E_f(t) = \frac{1}{2} \sqrt{p_0^2 c^2 + c^4} - c^2 + \frac{p^2 c^2 + c^4}{2 \sqrt{p_0^2 c^2 + c^4}}. \quad (50)$$

Масса электрона здесь и далее равна единице, $p = p(t)$ — импульс электрона в момент времени t , а $p_0 = p(0)$ — начальный импульс электрона в момент времени $t = 0$. Значение p определяется из кубического уравнения [77]

$$2F \frac{\sin \omega t}{\omega} = \left(1 + \frac{c^4}{p_0^2 c^2 + c^4}\right) (p - p_0) + \frac{c^2}{3(p_0^2 c^2 + c^4)} (p^3 - p_0^3). \quad (51)$$

Подставляя (50) в (49) и учитывая (51), получим релятивистское распределение электронов по энергиям при туннельной ионизации атома (с экспоненциальной точностью). Ограничимся здесь случаем умеренных значений кинетических энергий испущенных фотоэлектронов:

$$E_e = \sqrt{p_0^2 c^2 + c^4} - c^2 < c^2,$$

т.е. случаем, когда эта энергия меньше энергии покоя электрона. Тогда расчет интеграла в (49) существенно упрощается, и мы находим

$$w_{if} = w_0 \exp \left[-\frac{2E_e \gamma^3}{3\omega} - \frac{E_e^2 \gamma}{c^2 \omega} \right]. \quad (52)$$

Здесь величина w_0 представляет собой нерелятивистскую вероятность ионизации, а вместе с первым фактором в показателе экспоненты она определяет нерелятивистское

энергетическое распределение в поле линейной поляризации (см. выражение (10)).

Из (52) следует, что релятивистский эффект, представленный вторым слагаемым в показателе экспоненты, существен при выполнении условия $E_e > \gamma^2 c^2$. Оно не противоречит приведенному выше условию $E_e < c^2$, коль скоро параметр адиабатичности γ мал по сравнению с единицей в туннельном режиме.

Таким образом, релятивистская ширина энергетического распределения равна

$$\Delta E_e^{\text{rel}} = c \sqrt{\frac{\omega}{\gamma}}. \quad (53)$$

Например, при $\gamma = 0,1$ условия $c^2 > E_e > \gamma^2 c^2$ выполняются при кинетических энергиях фотоэлектронов в диапазоне $5 \text{ кэВ} < E_e < 500 \text{ кэВ}$. Согласно (53) ширина энергетического распределения порядка 20 кэВ в случае излучения CO₂-лазера.

Таким образом, можно сделать вывод, что излучение линейно поляризованного излучения CO₂-лазера с интенсивностью выше $10^{15} \text{ Вт см}^{-2}$ создает релятивистское распределение испущенных вдоль оси поляризации лазерного излучения фотоэлектронов энергиями в десятки кэВ, хотя кинетические энергии этих электронов меньше их массы покоя. Результаты могут быть использованы для анализа экспериментальных данных работы [68].

7.3. Релятивистская надбарьерная ионизация

Рассмотрим релятивистский подход для надбарьерной ионизации, следуя работе [79]. Амплитуда перехода из начального связанного состояния в конечное состояние непрерывного спектра дается в общем релятивистском случае следующим элементом S -матрицы [80]:

$$A_{if} = -i \int d^4x \langle \Psi_f^{(V)} | A_\mu \gamma^\mu | \Psi_i^{(0)} \rangle. \quad (54)$$

Здесь величина A_μ представляет собой релятивистский 4-вектор потенциала электромагнитного поля, а γ^μ — матрицу Дирака. Волновая функция конечного состояния непрерывного спектра представляет собой релятивистскую волковскую волновую функцию, удовлетворяющую уравнению Дирака для электрона в поле электромагнитной волны.

Конечно, выражение (54) описывает как случай туннельной, так и надбарьерной ионизации. Однако оно не учитывает кулоновскую поправку в конечном состоянии, так что результаты справедливы только с экспоненциальной точностью. Релятивистские эффекты оказываются существенными, когда скорость электрона F/ω порядка скорости света.

Численные расчеты проводились для циркулярно поляризованного поля, так как в случае линейной поляризации они являются гораздо более громоздкими. В [79] рассматривалась ионизация основного состояния атома водорода.

Наиболее интересный результат имеет место для углового распределения фотоэлектронов. Как мы видели выше, большинство нерелятивистских электронов вылетает в плоскости поляризации лазерного излучения циркулярной поляризации. Однако в релятивистском случае этот максимум смещается в направлении

распространения электромагнитной волны. Угол такого сдвига равен

$$\psi_d = \arctan \left(\frac{F}{2c\omega} \right).$$

С физической точки зрения этот сдвиг объясняется магнитной частью силы Лоренца, которая направлена вдоль волнового вектора электромагнитного излучения. Этот эффект имеет место также в случае линейно поляризованного излучения [74]. Таким образом, можно сделать вывод, что угловое распределение фотоэлектронов наиболее чувствительно к релятивистским эффектам.

Релятивистский спектр фотоэлектронов под действием поля циркулярной поляризации имеет максимум при релятивистской колебательной энергии электрона. Ширина этого максимума возрастает с увеличением скорости электрона.

8. Заключение

Первый вывод из полученных результатов состоит в том, что условие туннельной ионизации для параметра адиабатичности $\gamma^2 < 1$ применимо также для атомов и положительных ионов, если напряженность поля излучения значительно меньше критической напряженности (5). Экспериментальные данные по выходам ионов находятся в хорошем согласии с предсказаниями туннельных формул ADK [12]. Энергетические спектры фотоэлектронов при туннельной ионизации линейно и циркулярно поляризованным полем также хорошо описываются простыми теоретическими зависимостями. Однако в большинстве экспериментов вместо надбарьерной ионизации экспериментаторы наблюдают туннельную ионизацию на переднем фронте лазерного импульса. Возможно, лишь в одном эксперименте [81] ионизация протекает в надбарьерном режиме: в этой работе высоковозбужденные состояния атома водорода с главными квантовыми числами $n = 24 - 32$ облучались линейно поляризованным микроволновым полем. Экспериментальные данные сравнивались с предсказаниями туннельных теорий. Найдено, что формулы ADK существенно завышают вероятности ионизации по сравнению с предсказаниями эксперимента. Одна из возможных причин состоит в том, что в указанной области имеет место не туннельная, а надбарьерная ионизация.

В заключение следует отметить, что процесс туннельной ионизации атомов и атомарных ионов исследован весьма детально как экспериментально, так и теоретически. Имеются простые формулы ADK, позволяющие описать экспериментальные кривые возбуждения при туннельной ионизации. Объяснены также и энергетические спектры электронов при туннельной ионизации полем как линейной, так и циркулярной поляризации. Однако ряд вопросов остается невыясненным, в частности, появление "плеча" в области малых интенсивностей на кривых возбуждения. Напротив, наблюдение надбарьерного развала атомов находится только в стадии начальных исследований, так как требуются жесткие условия на параметры излучения для его реализации.

Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ (грант 96-02-18299) и НАТО. Авторы признательны С.Л. Чину за плодотворные дискуссии.

Список литературы

1. Келдыш Л В *ЖЭТФ* **47** 1945 (1964)
2. Mevel E et al. *Phys. Rev. Lett.* **70** 406 (1993)
3. Делоне Н Б, Крайнов В П *Атом в сильном световом поле* 2-е изд. (М.: Энергоатомиздат, 1984)
4. Faisal F H M *Theory of Multiphoton Processes* (New York: Plenum, 1987)
5. Delone N B, Krainov V P *Multiphoton Processes in Atoms* (Berlin – Heidelberg: Springer, 1994)
6. Chin S L, Yergeau F, Lavigne P *J. Phys. B* **18** L213 (1985)
7. Ilkov F A et al. *J. Phys. B* **25** 4005 (1992)
8. Krainov V P, Xiong W, Chin S L *Laser Phys.* **2** 467 (1992)
9. Delone N B, Kiyani I Yu, Krainov V P *Laser Phys.* **3** 312 (1993)
10. Krainov V P *J. Nonlinear Opt. Phys. Mater.* **4** 775 (1995)
11. Переломов А М, Попов В С, Терентьев М В *ЖЭТФ* **50** 1393 (1966)
12. Аммосов М В, Делоне Н Б *ЖЭТФ* **91** 2008 (1986)
13. Kulyagin R V, Taranukhin V D *Laser Phys.* **3** 644 (1993)
14. Кулягин Р В, Таранухин В Д *Изв. РАН Сер. физ.* **58** (6) 161 (1994)
15. Themelis S I, Nicolaides C A *Phys. Rev. A* **49** 3089 (1994)
16. Делоне Н Б и др. *УФН* **131** 617 (1980)
17. Крайнов В П, Тодирашку С С *ЖЭТФ* **83** 1310 (1982)
18. Corkum P B, Burnett N H, Brunel F *Phys. Rev. Lett.* **62** 1259 (1989)
19. Delone N B, Krainov V P *J. Opt. Soc. Am. B* **8** 1207 (1991)
20. Krainov V P *J. Opt. Soc. Am. B* **14** 425 (1997)
21. Reiss H R *Phys. Rev. A* **22** 1786 (1980)
22. Krainov V P, Mulyukov Z S *Laser Phys.* **4** 509 (1994)
23. Goreslavsky S P, Narozhny N B, Yakovlev V P *J. Opt. Soc. Am. B* **6** 1752 (1989)
24. Крайнов В П, Ристич В М *ЖЭТФ* **101** 1479 (1992)
25. Ксионг В, Чин С Л *ЖЭТФ* **99** 481 (1991)
26. Кучиев М Ю *Письма ЖЭТФ* **45** 319 (1987)
27. Van Linden van den Heuvell, Muller H.G., in *Multiphoton Processes* (Cambridge: Cambridge University Press, 1988)
28. Gallagher T F *Phys. Rev. Lett.* **61** 2304 (1988)
29. Muller H G *Comments At. Mol. Phys.* **24** 355 (1990)
30. Corkum P B *Phys. Rev. Lett.* **71** 1994 (1993)
31. L'Huillier A et al. *Phys. Rev. A* **48** R3433 (1993)
32. Moreno P et al. *Phys. Rev. A* **51** 4746 (1995)
33. Paulus G G et al. *J. Phys. B* **27** L703 (1994)
34. Lohr A et al. *Phys. Rev. A* **55** R4003 (1997)
35. Крайнов В П, Шокри Б *ЖЭТФ* **107** 1180 (1995)
36. Лихтенберг А, Либерман М *Регулярная и стохастическая динамика* (М.: Мир, 1984)
37. Mur V D, Popov V S *Laser Phys.* **3** 462 (1993)
38. Гореславский С П *ЖЭТФ* **108** 456 (1995)
39. Walker B et al. *Phys. Rev. Lett.* **73** 1227 (1994)
40. Lompre L A et al. *Phys. Rev. Lett.* **36** 949 (1976)
41. Борехам Б В, Хьюз Дж Л *ЖЭТФ* **80** 496 (1981)
42. L'Huillier A et al. *J. Phys. B* **16** 1363 (1983)
43. Chin S L, Farkas G, Yergeau F *J. Phys. B* **16** L223 (1983)
44. Walsh T D G et al. *J. Phys. B* **27** 3767 (1994)
45. Kondo K et al. *Phys. Rev. A* **48** R2531 (1993)
46. Di Mauro L F, in *Super-Intense Laser – Atom Physics IV* (Eds H G Muller, M V Fedorov) (Dordrecht: Kluwer, 1996) p. 97
47. Kondo K et al. *Phys. Rev. A* **49** 3881 (1994)
48. Augst S, Meyerhofer D D *Laser Phys.* **4** 1155 (1994)
49. Augst S et al. *J. Opt. Soc. Am. B* **8** 858 (1991)
50. Ammosov M V et al. *Laser Phys.* **7** 706 (1997)
51. Peatross J, Buerke B, Meyerhofer D D *Phys. Rev. A* **47** 1517 (1993)
52. Fittinghoff D N et al. *Phys. Rev. Lett.* **69** 2642 (1992)
53. Walker B et al. *Phys. Rev. A* **48** R894 (1993)
54. Fittinghoff D N et al. *Phys. Rev. A* **49** 2174 (1994)
55. Gibson G N et al., post-deadline report PD-1 of *Conf. on Applic. of High Field and Short Wavelength Sources VII* (Santa Fe, NM, March 19 – 22, 1997) (unpublished)
56. Ландау Л Д, Лифшиц Е М *Квантовая механика* Изд. 4-е (М.: Наука, 1989) с. 184
57. Golovinsky P A *Laser Phys.* **7** 836 (1997)
58. Faisal F H M *Phys. Lett. A* **187** 180 (1994)
59. Becker A, Faisal F H M *Phys. Rev. A* **50** 3256 (1994)
60. Augst S et al. *Phys. Rev. A* **52** R917 (1995)

61. Kuchiev M Yu *Phys. Lett. A* **212** 77 (1996)
62. Reiss H R *Phys. Rev. A* **54** R1765 (1996)
63. Geltman S *Phys. Rev. A* **54** 2489 (1996)
64. Dietrich P et al. *Phys. Rev. A* **50** R3585 (1994)
65. Watson J B et al., in *Multiphoton Processes 1996* (Institute of Physics Conference Series, No 154, Eds P Lambropoulos, H Walther) (Bristol; Philadelphia: Institute of Physics Pub., 1997) p. 132
66. Mohideen U et al. *Phys. Rev. Lett.* **71** 509 (1993)
67. Watanabe S et al. *Phys. Rev. Lett.* **73** 2692 (1994)
68. Buerke B et al., in *Application of High Field and Short Wavelength Sources VII, OSA Technical Digest Series* **7** 75 (1997)
69. Augst S et al. *Phys. Rev. Lett.* **63** 2212 (1989)
70. Gibson G, Luk T S, Rhodes C K *Phys. Rev. A* **41** 5049 (1990)
71. Auguste T et al. *J. Phys. B* **25** 4181 (1992)
72. Ammosov M V, Delone N B *Laser Phys.* **7** 79 (1997)
73. Киян И Ю, Крайнов В П *ЖЭТФ* **100** 776 (1991)
74. Krainov V P, Roshchupkin S P *Laser Phys.* **2** 299 (1992)
75. Krainov V P, Roshupkin S P *J. Opt. Soc. Am. B* **9** 1231 (1992)
76. Krainov V P, Shokri B *Laser Phys.* **5** 793 (1995)
77. Krainov V P *Opt. Express* **2** 732 (1998)
78. Ландау Л Д, Лифшиц Е М *Теория поля* Изд. 7-е (М.: Наука, 1988)
79. Crawford D P, Reiss H R *Phys. Rev. A* **50** 1844 (1994)
80. Reiss H R *Prog. Quantum Electron.* **16** 1 (1992)
81. Sauer B E et al. *Phys. Rev. Lett.* **68** 468 (1992)

Tunneling and barrier-suppression ionization of atoms and ions in a laser radiation field

N.B. Delone

*General Physics Institute, Russian Academy of Sciences, Moscow
ul. Vavilova 38, 117942 Moscow, Russia
Tel. (7-095) 135-02 96*

V.P. Krainov

*Moscow Institute of Physics and Technology,
141700 Dolgoprudny, Moscow Region, Russia
E-mail: krainov@theory.mipt.ru*

Experimental and theoretical data on tunneling and barrier-suppression ionization of atoms and atomic ions in a low-frequency laser radiation field are considered. Yields of single- and multicharged ions, energy and angular distributions of photoelectrons, and the effects of laser pulse length and laser polarization are analyzed.

PACS numbers: **32.90. + a**, **42.65. + k**

Bibliography — 81 references

Received 25 November 1997