

# Фазовые переходы в ансамбле кубитов, взаимодействующих с электромагнитным полем в резонансной полости

Выполнил: Ионцев М. А.

Научный руководитель: Мухин С.И.

Научный консультант: Фистуль М.В.

# В фокусе исследования:

<b>Изучение равновесных свойств системы</b>	<b>Изучение неравновесных свойств системы</b>
<p>Определены:</p> <ul style="list-style-type: none"><li>- новая фаза ЭП</li><li>- род фазового перехода</li><li>- критическая температура</li></ul> <p><b>Выработка способа обнаружения новой фазы электромагнитного поля (ЭП)</b></p>	<p>Изучение:</p> <ul style="list-style-type: none"><li>- резонансных частот, на которых наблюдается подавление и увеличение коэффициента прохождения ЭП;</li><li>- вывод дисперсионных соотношений для ЭП;</li></ul> <p><b>Исследование солитонных решений в нелинейном режиме.</b></p>

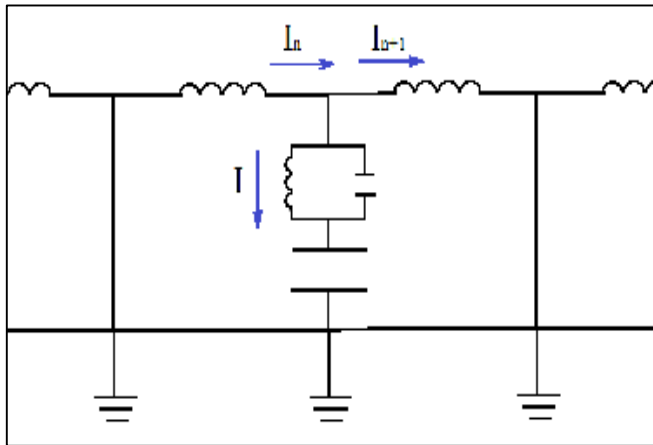
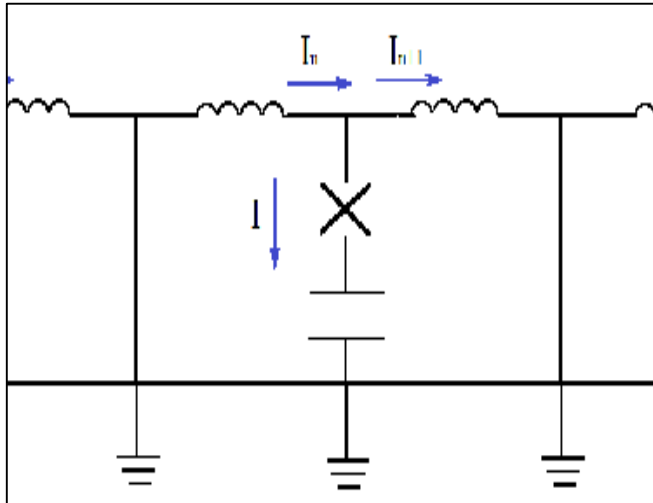
## Научная новизна:

- Исследованы осцилляции между когерентными состояниями фотонного поля с разной поляризацией и обнаружен эффект резонансного дублета;
- Получены в аналитическом виде коэффициент прохождения ЭП для линейных и нелинейных режимов взаимодействия с ДУС в неравновесном состоянии;
- Обнаружены темные и серые виды оптических солитонов в системе кубитов, взаимодействующих с ЭП.

# Структура доклада:

- Описание системы
- Описание равновесных характеристик
- Описание двойного резонанса
- Описание дисперсионных соотношений
- Определение коэффициента прохождения

# Описание системы



$$\begin{cases} I_{n+1,i} - I_{n,i} = I, \\ I = I_c \sin \varphi_n + C_J \frac{d^2 \varphi_n}{dt^2} \\ I_{n+1,i} - I_{n,i} = C_0 \frac{dV_{n,i}}{dt}. \end{cases}$$

$$\mathcal{L}_{ph} = \frac{m}{2} (\dot{Q}^2 - \omega_0^2 Q^2) \quad V_{n,i} \delta(i, n) \sim \mu_i$$

$$\mathcal{L}_J = \sum_i \left( \frac{E_{Ji}}{2\omega_p^2} (\dot{\varphi}_i + \mu_i)^2 - E_{Ji} (1 - \cos \varphi_i) \right)$$

$$L_{int} = Q \sum_i 2\omega_0 E_{Ji} \dot{\varphi}_i.$$

# Эффективное действие

$$Z = \int DQD\{\varphi_i\} \exp(-S(Q, \varphi_i))$$

$$S_{eff}(Q, \varphi_i) = S_{TLS} + S_{ph}$$

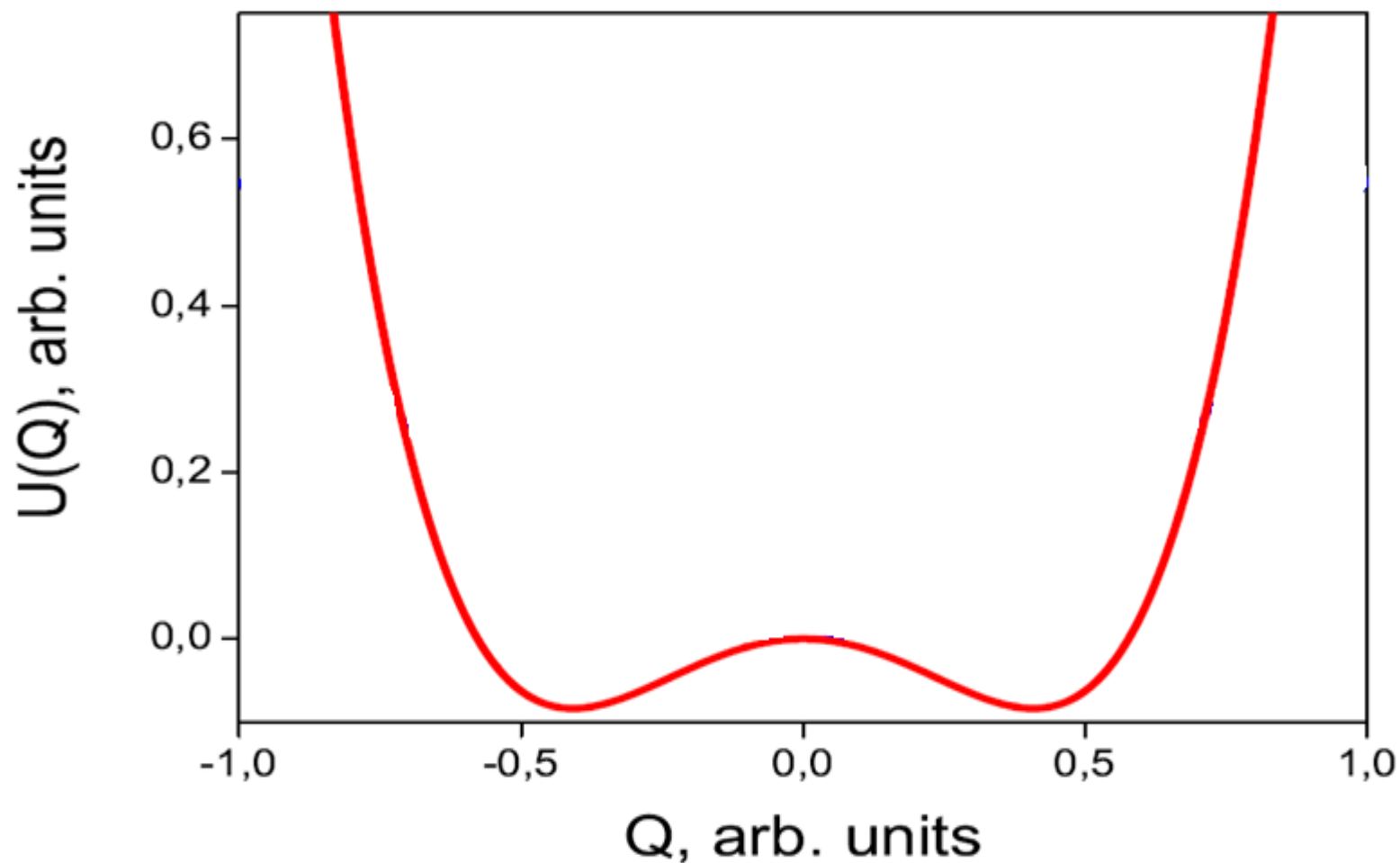
$$S_{TLS} = -T \ln Z_{TLS} = -T \sum_{i=1}^N \ln \left( 2 \exp\left(\frac{E_{Ji}}{T}\right) \cosh\left(\frac{\sqrt{Q^2 \gamma^2 + 4E_{Ji}^2}}{2T}\right) \right)$$

$$S_{eff}(Q) = \frac{m\omega_0^2}{2} Q^2 - T \left( \sum_{i=1}^N \frac{E_{Ji}}{T} + \sum_{i=1}^N \ln \left[ 2 \cosh \left\{ \frac{\sqrt{Q^2 \gamma^2 + 4E_{Ji}^2}}{2T} \right\} \right] \right)$$

$$\frac{\partial S_{eff}(Q)}{\partial Q} = 0$$

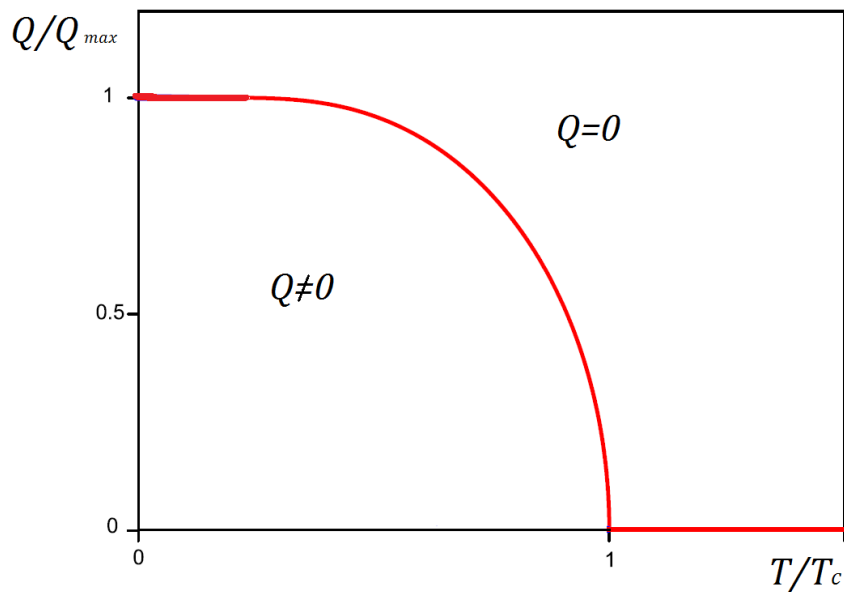
$$\frac{m\omega_0^2 Q}{T} = \frac{\partial}{\partial Q} \sum_{i=1}^N \ln \left[ \cosh \left\{ \frac{\sqrt{Q^2 \gamma^2 + 4E_{Ji}^2}}{2T} \right\} \right]$$

# Эффективное действие



# Равновесные свойства

$$m\omega_0^2 = \frac{N\gamma^3}{2\sqrt{Q^2\gamma^2 + 4E_J^2}} \tanh \left\{ \frac{\sqrt{Q^2\gamma^2 + 4E_J^2}}{2T} \right\}$$



$$T_c = \frac{E_J}{\text{acrtanh}\left(\frac{4\omega_0^2 E_J}{N\gamma^3}\right)}$$

$$Q_{max} = \frac{1}{\gamma} \sqrt{\left(\frac{N\gamma^3}{2\omega_0^2 E_J}\right)^2 - 4E_J^2}$$

$$T_c \sim N$$

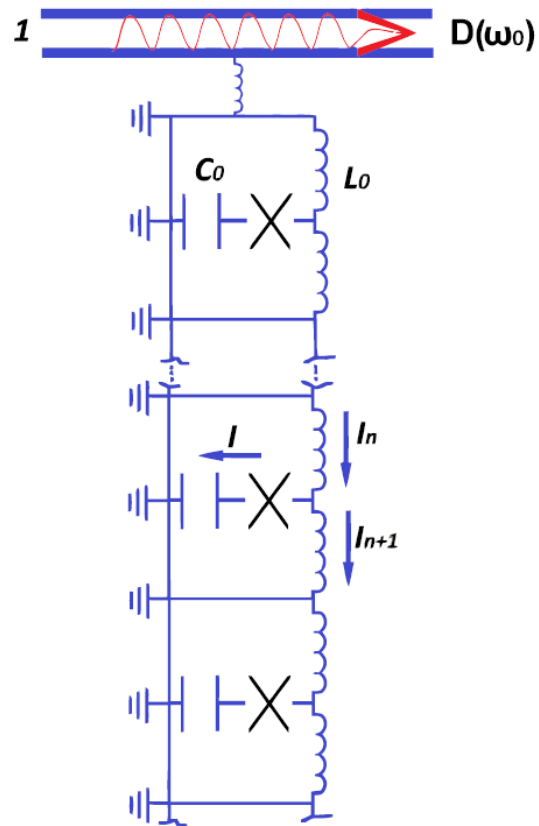
$$\sqrt{2\omega_0 E_J} = \gamma$$



# Выводы

- Степень когерентности при фазовом переходе 2-го рода такая же как и при фазовом переходе в упорядоченное состояние ферромагнетика, поскольку  $T_c \sim N$ .
- Параметром порядка является амплитуда фотонного поля, которая показывает, что переход в низкотемпературную фазу – второго рода.

# Принципиальная схема для обнаружения двойного резонанса



# Описание двойного резонанса

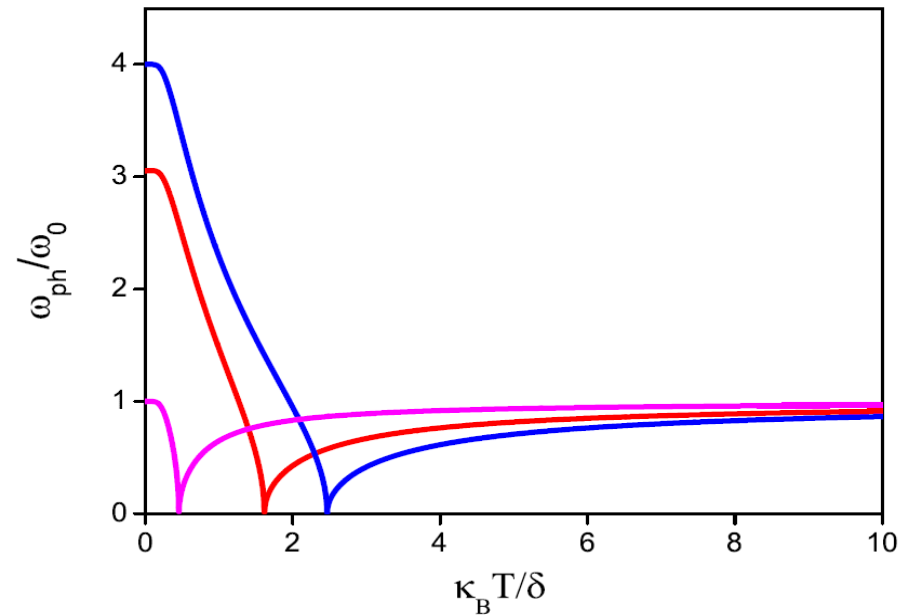
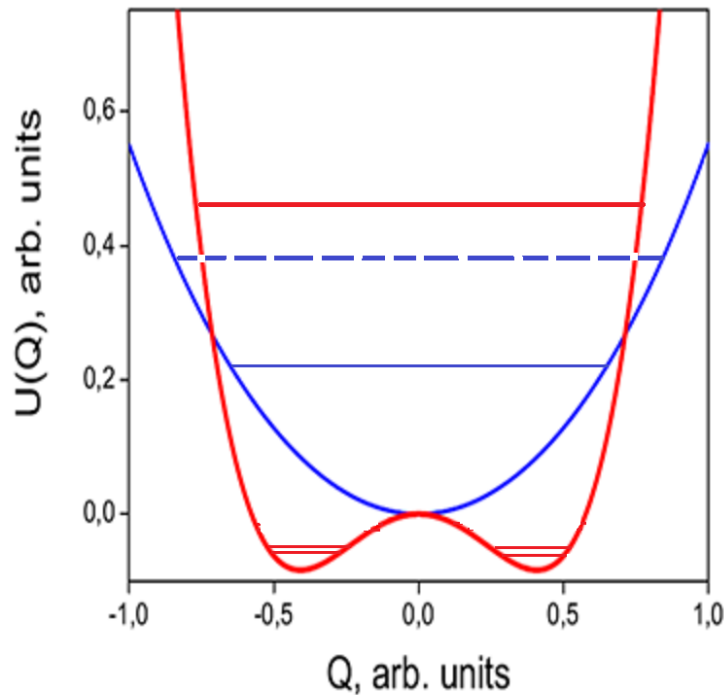
$$U_{eff}(Q) = \frac{|\omega_{ph}^2|}{2} Q^2 + Q^4 \frac{\lambda}{4!}$$

$$\frac{|\omega_{ph}|}{\omega_0} = \sqrt{1 - \alpha \tanh\left(\frac{E_J}{2T}\right)}$$

$$\frac{NE_J^2}{4\omega_0^2} = \alpha$$

$$U_{eff}(Q) = -\frac{|\omega_{dr}^2|}{2} Q^2 + Q^4 \frac{\lambda}{4!}$$

$$\frac{|\omega_{dr}|}{\omega_0} = \sqrt{2 \left( \alpha \tanh\left(\frac{E_J}{2T}\right) - 1 \right)}$$

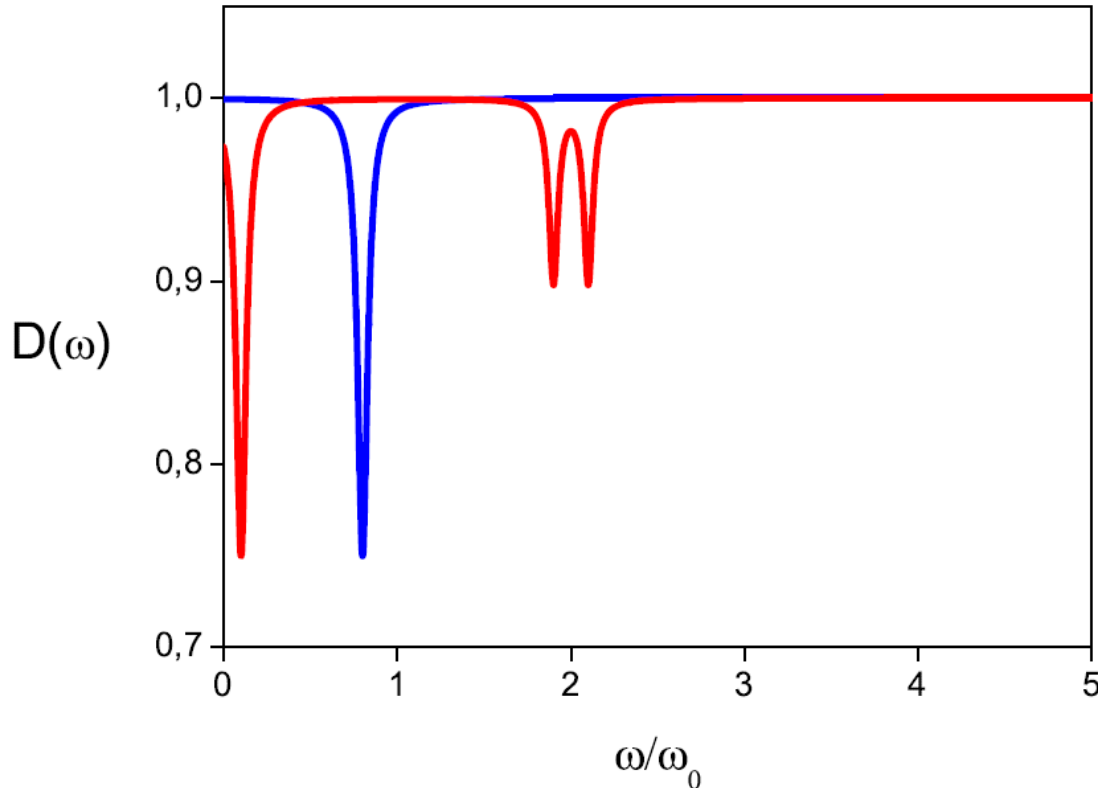


$\alpha=0,8$

$\alpha=0,4$

$\alpha=0,3$

# Описание двойного резонанса



$$\omega_{\text{ph}_{\text{incoh}}} = \omega_0 \sqrt{1 - \frac{NE_J^2}{4\omega_0^2} \tanh\left(\frac{E_J}{2T}\right)}$$

$$\omega_{dr} = 2\omega_0 \sqrt{\frac{NE_J^2}{4\omega_0^2} \tanh\left(\frac{E_J}{2T}\right) - 1}$$

$$\omega_R = \omega_{dr} \exp\left(-\frac{2}{3} \sqrt{2m\lambda} Q_{\pm}^3\right)$$

Зависимость коэффициента прохождения от частоты. При низких температурах (красная линия) виден двойной резонанс.

# Вывод

Низкотемпературная фаза фотонного поля проявляется в виде резонансных дублетов на частотной зависимости коэффициента прохождения электромагнитных волн, распространяющихся в передающей линии слабо связанной с фотонным полем.

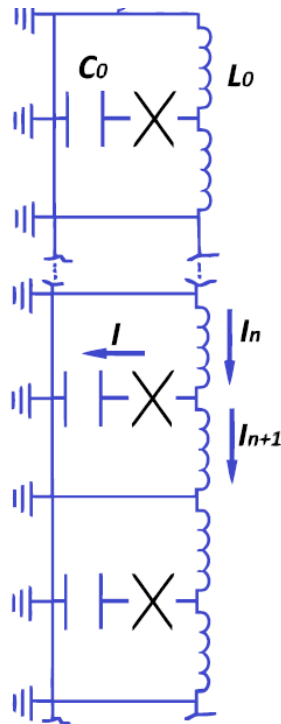
Высокотемпературная фаза (некогерентное состояние) фотонного поля показывает одиночное резонансное подавление коэффициента прохождения. Физической причиной таких резонансных дублетов являются квантовые колебания Раби между двумя когерентными состояниями фотонов разных поляризаций.

# Описание дисперсионных соотношений

$$\ddot{Q} - v^2 Q'' - \theta \sum_n \delta(x + ln) \int dt_1 K(t - t_1) Q(x, t_1) = 0.$$

$$K(t - t_1) = \int d\omega \frac{E_J - \omega}{\frac{1}{\tau^2} + \gamma^2 Q^2 + (E_J - \omega)^2} \cos(\omega(t - t_1))$$

Исследованные случаи:

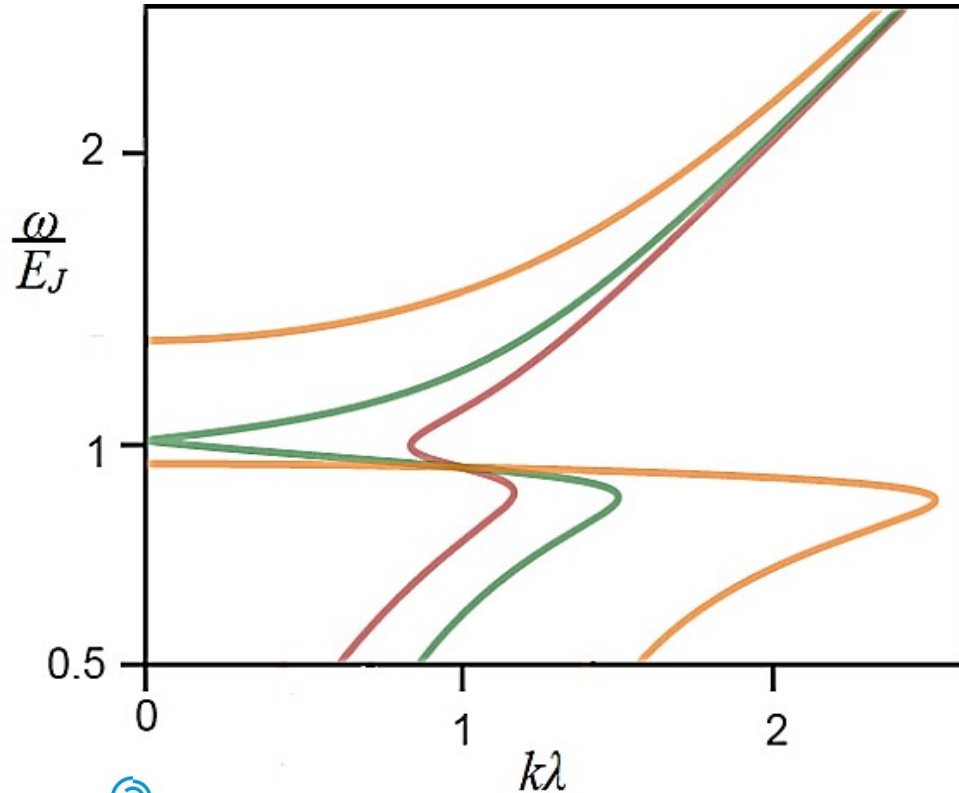


$Lk \ll 1$ , кубиты в точке $K(t - t_1) \sim const$	$Lk \ll 1$ $K(t - t_1) \sim Q^2$
$Lk \gg 1$ кубиты разнесены $K(t - t_1) \sim const$	$Lk \gg 1$ $K(t - t_1) \sim Q^2$

$Lk \ll 1$ , длинноволновой предел

$K(t - t_1) \sim \text{const}$

$$\omega^2 - k^2 v^2 + \theta_{lz} \left( \frac{\omega + E_J}{(\omega + E_J)^2 + \frac{1}{\tau^2}} - \frac{\omega - E_J}{(\omega - E_J)^2 + \frac{1}{\tau^2}} \right) = 0$$



$$\theta_{lz} = \frac{3}{2} \sqrt{2\omega_0 E_{Ji}} \frac{L_0 N}{8L_J}$$

$$\frac{v}{\tau \sqrt{E_J \theta_{lz}}} = \lambda$$

$Lk=1, Lk \gg 1$  коротковолновый предел  
 $K(t - t_1) \sim \text{const}$

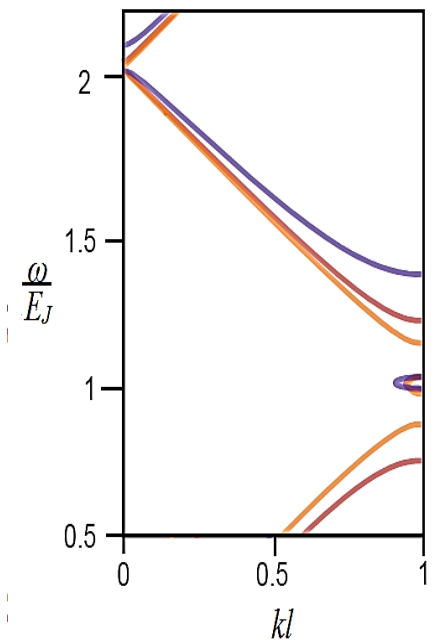
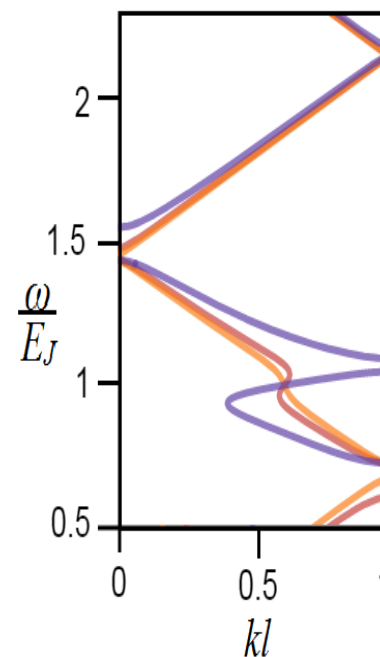
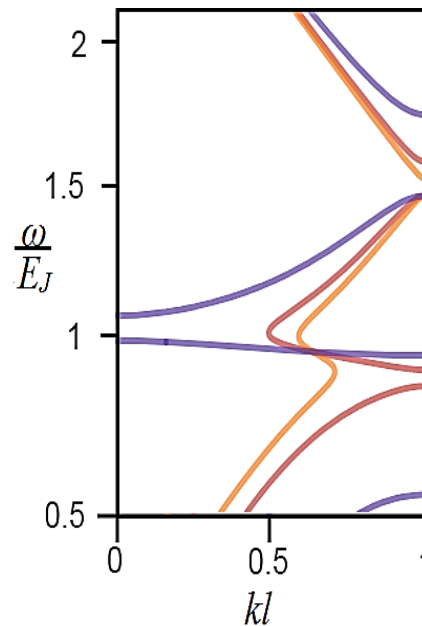
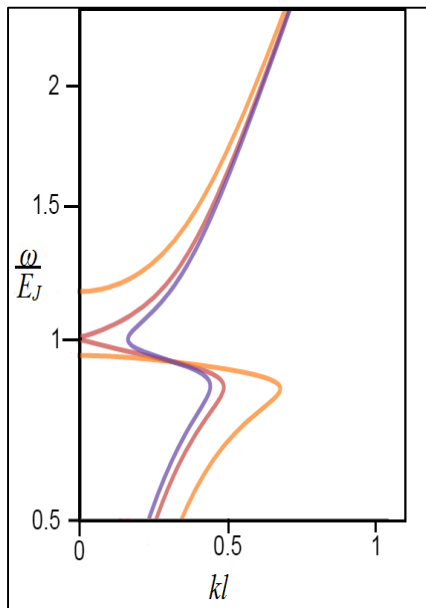
$$\cos(kl) = \frac{u(\omega)}{v\omega} \sin\left(\frac{\omega l}{v}\right) + \cos\left(\frac{\omega l}{v}\right), \text{ где } u = -\theta_{lc} K(\omega) = -\theta_{lc} \frac{E_J - \omega}{\tau^2 + (E_J - \omega)^2}$$

$Lk=1$

$Lk=3$

$Lk=10$

$Lk=20$



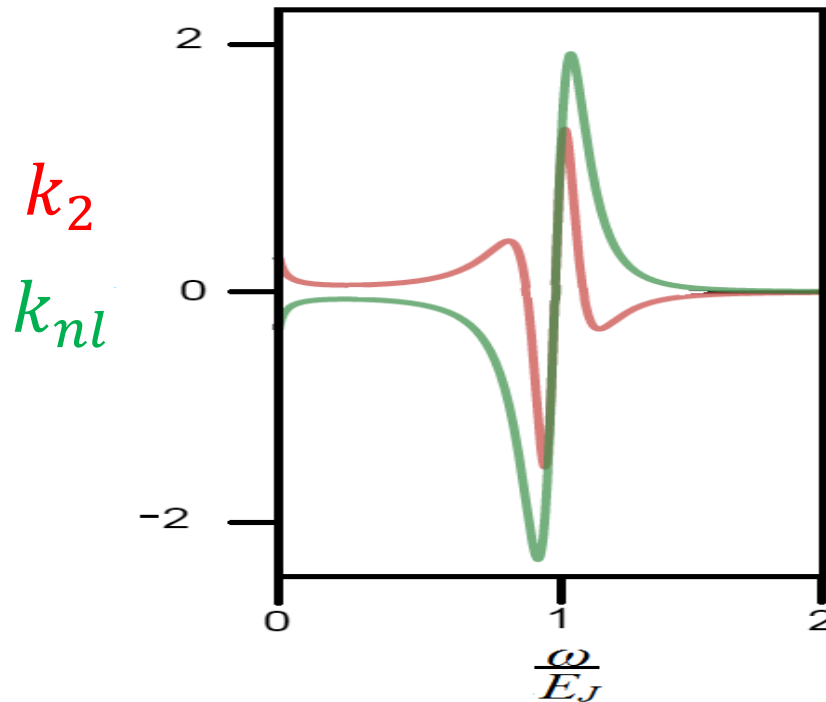
$$\omega_0 E_J \frac{L_0 N}{4L_J} = \theta_{lc}$$



$$K(t - t_1) \sim Q^2$$

$$iQ' \pm \frac{k_2}{2} \ddot{Q} + k_{nl} Q |Q|^2 = 0 \quad Q = Q(x, t, \omega)$$

$$k_2 = -\frac{\theta_{nl} (E_J - \omega) \left( (E_J - \omega)^2 - \frac{1}{\tau^2} \right)}{\omega \left( (E_J - \omega)^2 + \frac{1}{\tau^2} \right)^3} \quad k_{nl} = -\frac{\theta_{nl} (E_J - \omega)}{\omega \left( (E_J - \omega)^2 + \frac{1}{\tau^2} \right)^2} \quad \theta_{nl} = \omega_0 E_J \frac{L_0 N}{4L_J}$$



Решения можно искать для двух различных случаев, а именно: с нормальной дисперсией  $k_2 > 0$ , и аномальной  $k_2 < 0$ .

# Аномальная дисперсия

$$iQ' + \frac{|k_2|}{2} \ddot{Q} + k_{nl} Q |Q|^2 = 0$$

$L_d = \frac{T_0^2}{k_2}$  - длина, на которой необходимо учитывать линейные эффекты эволюции солитона;

$L_{nl} = \frac{1}{k_{nl}}$  - длина, на которой необходимо учитывать нелинейные эффекты;

$T_0$  - ширина солитона;  $\tau = \frac{t}{T_0}$ ,  $\chi = \frac{x}{L_d}$ ;  $\mathcal{N}^2 = \frac{L_d}{L_{nl}}$  - порядок солитона,  $R$  - путь, пройденный солитоном

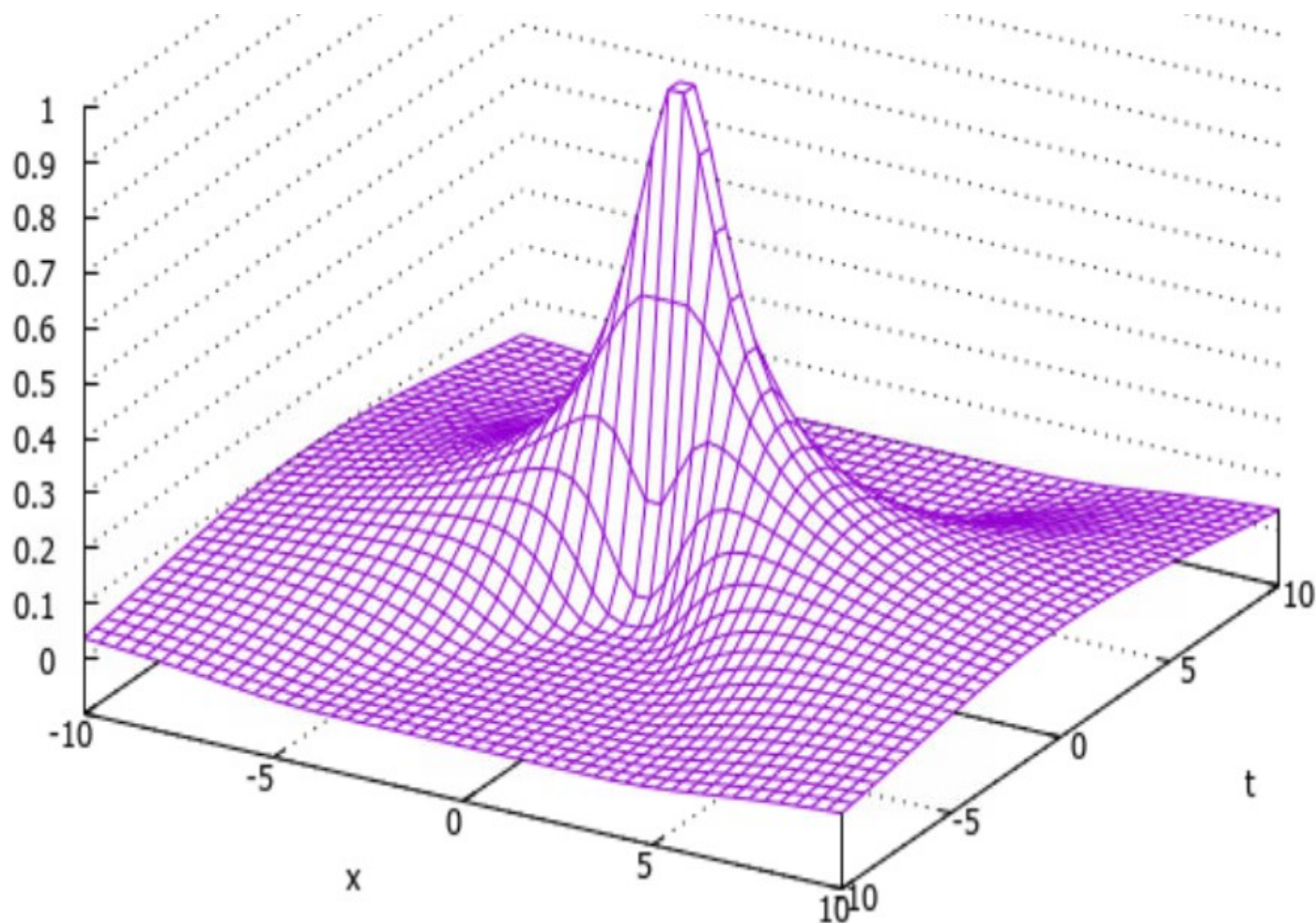
# Первый случай

Когда  $\mathcal{N}^2 \ll 1$ ,  $R \approx L_d$ ,  $R \ll L_{nl}$

$$Q(\chi, \tau) = \sqrt{\frac{1}{1-i\chi}} \exp\left(-\frac{\tau^2}{2T_0^2(1-i\chi)}\right).$$

Этот солитон сохраняет неизменной свою форму в пространстве в процессе распространения, но его ширина во времени увеличивается из-за дисперсии

# Зависимость интенсивности солитона $I = |Q|^2$ от $t$ и $x$



## Второй случай

$$R > L_d, R > L_{nl}$$

Решение будет стабильным только, если  $L_l \approx L_{nl}$ .

$$\mathcal{N}^2 = 1:$$

$$Q(\chi, \tau) = \operatorname{sech}(\tau) e^{\frac{i\chi}{2}}.$$

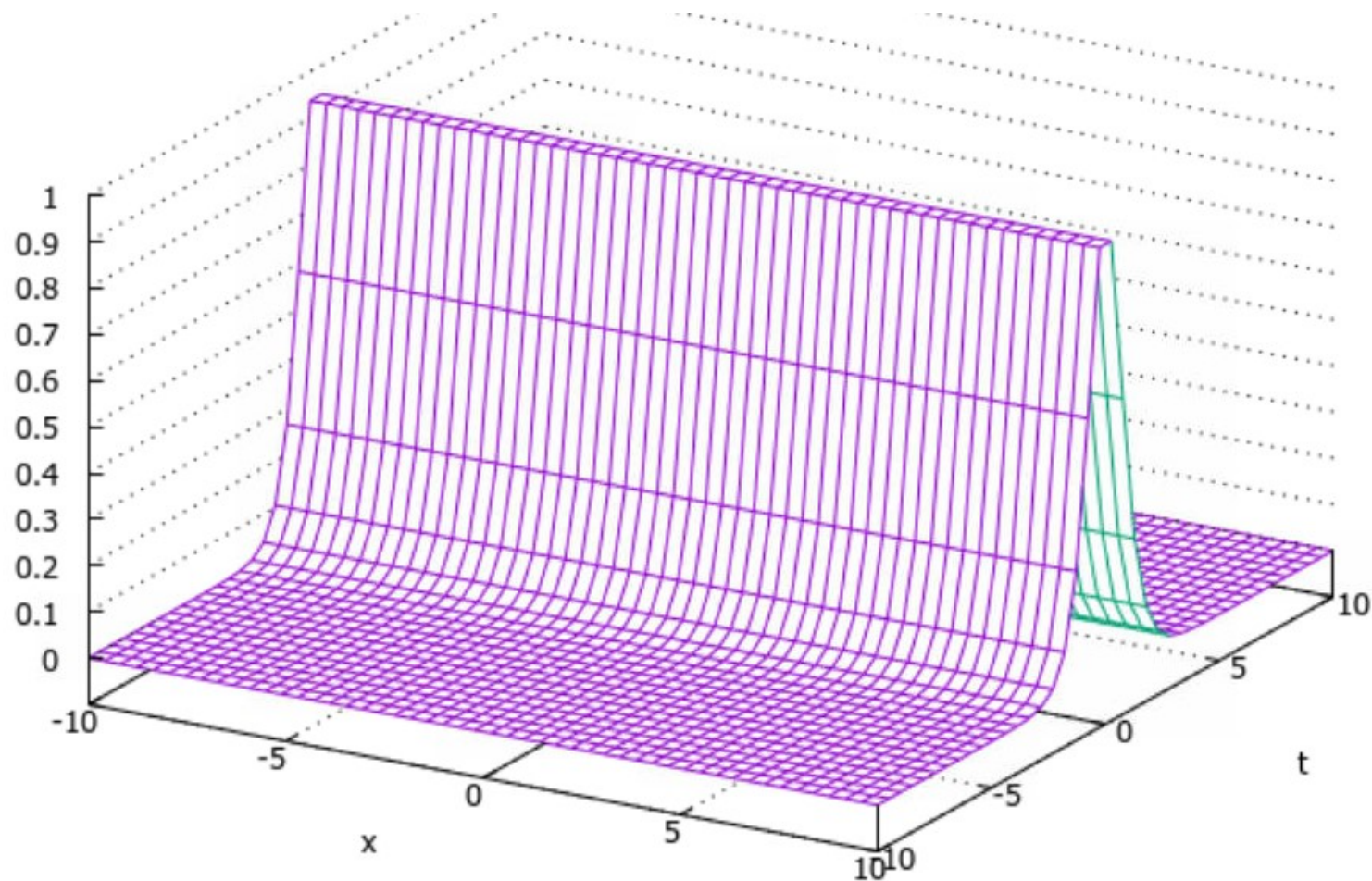
Этот вид солитона называется оптическим, так как не изменяет свою форму в процессе распространения.

$$\mathcal{N}^2 = 2:$$

$$Q(\chi, \tau) = \frac{4(\cosh(3\tau) + 3e^{4i\chi} \cosh(\tau))e^{\frac{i\chi}{2}}}{\cosh(4\tau) + 4 \cosh(2\tau) + 3 \cos(4\chi)}.$$

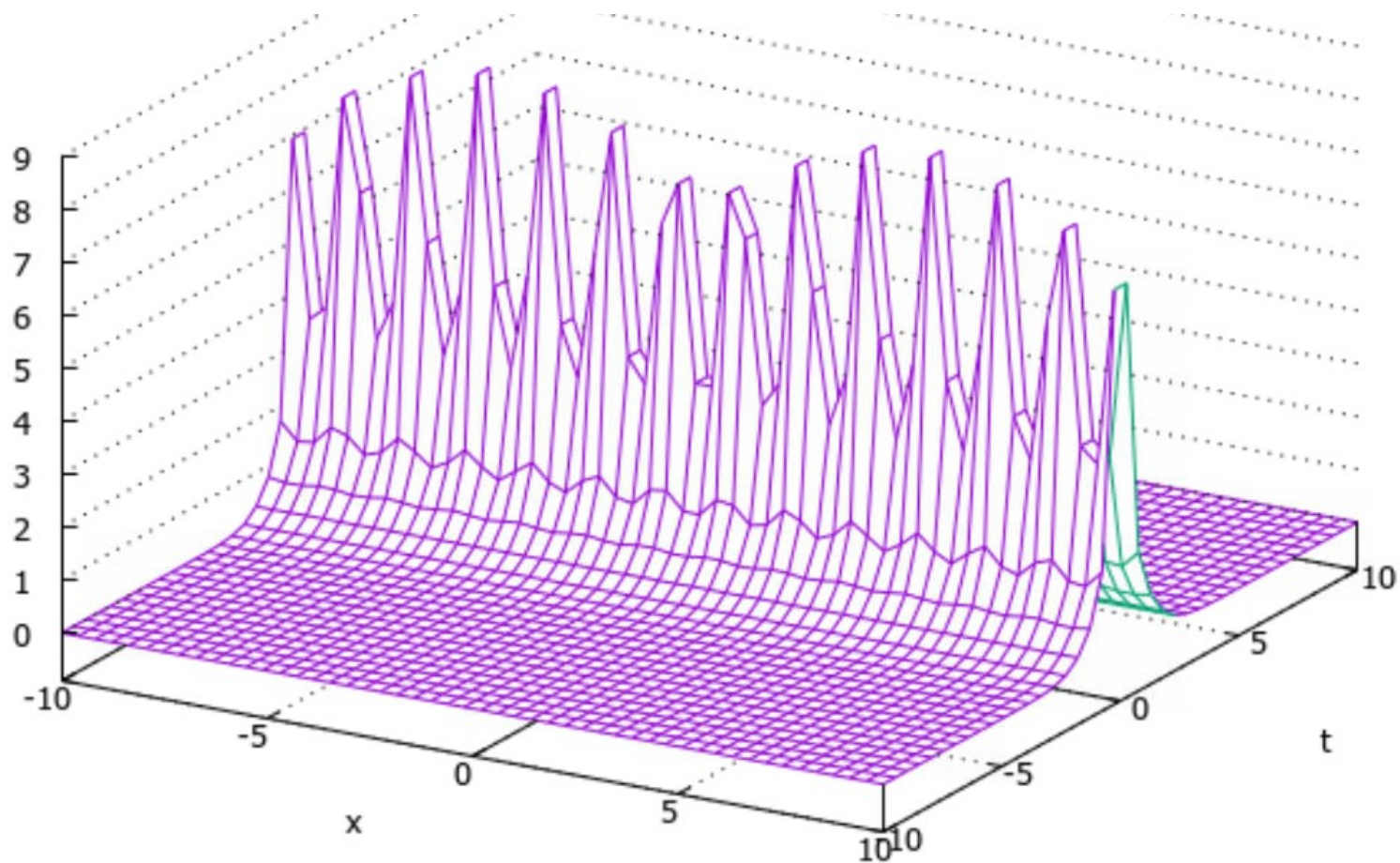
Этот солитон изменяет свою форму периодически с периодом:  $\chi = \frac{\pi}{2}$ .

# Зависимость интенсивности солитона $I = |Q|^2$ от $t$ и $x$



# Зависимость интенсивности солитона

$$I = |Q|^2 \text{ от } t \text{ и } x$$



# Нормальная дисперсия

$$iQ' - \frac{|k_2|}{2} \ddot{Q} + k_{nl}Q|Q|^2 = 0$$

$$\frac{1}{2} \frac{\partial^2 Q}{\partial \tau^2} - i \frac{\partial Q}{\partial \chi} - \mathcal{N}^2 Q|Q|^2 = 0$$

## Первый случай

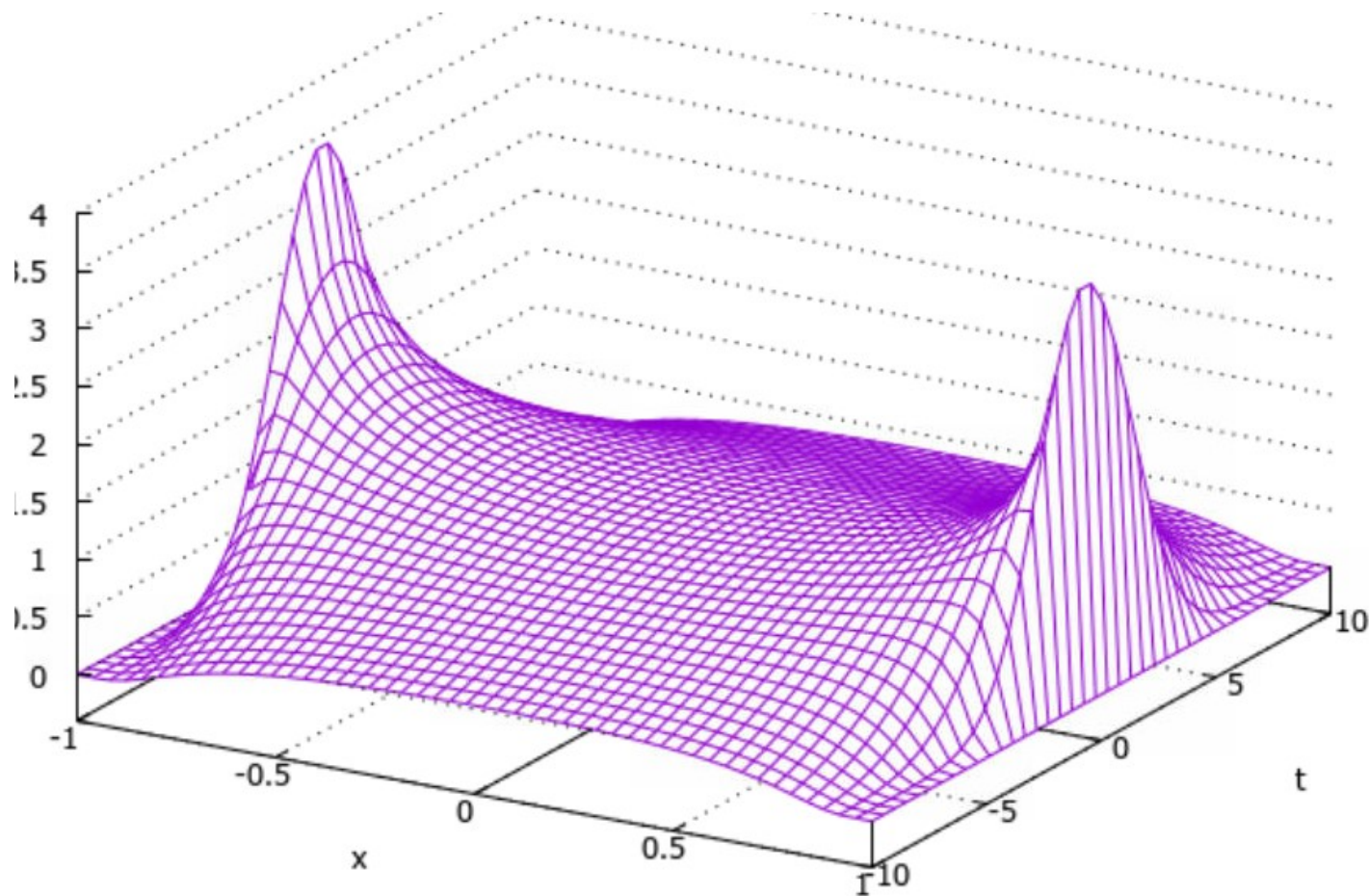
Когда  $\mathcal{N}^2 \ll 1$ ,  $R \approx L_d$ ,  $R \ll L_{nl}$  и краевая форма солитона гауссова  $Q(0, \tau) = \exp\left(-\frac{\tau^2}{2T_0^2}\right)$ , то решение имеет вид:

$$Q(\chi, \tau) = \sqrt{\frac{1}{1 + i\chi}} \exp\left(-\frac{\tau^2}{2T_0^2(1 + i\chi)}\right)$$



Зависимость интенсивности солитона

$$I = |Q|^2 \text{ от } t \text{ и } x$$



# Второй случай

$$R > L_d, R > L_{nl}, \mathcal{N}^2 = 1$$

темный солитон первого порядка:

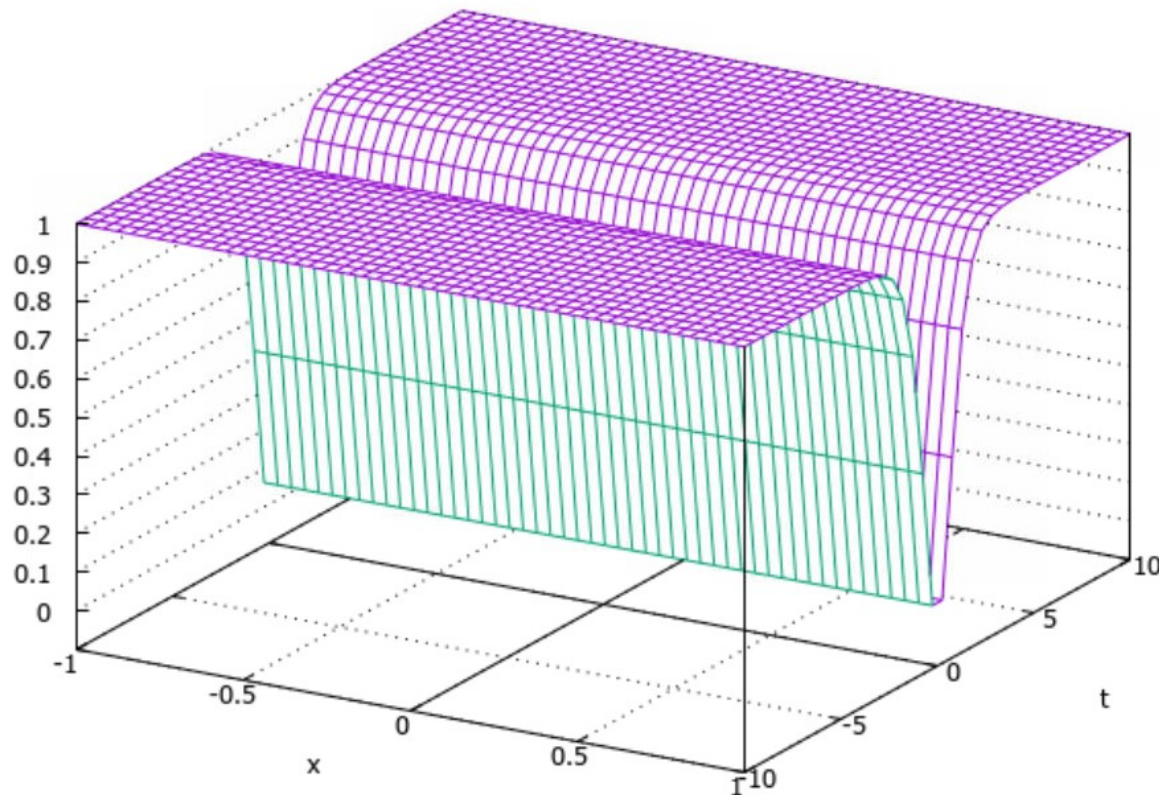
$$Q(\chi, \tau) = \tanh(\tau) \exp(i\chi)$$

темные солитоны высших порядков

$$Q(\chi, \tau) = \tanh(\mathcal{N}\tau) \exp(i\chi\mathcal{N}^2)$$

нестабильны в процессе распространения.

# Зависимость интенсивности солитона $I = |Q|^2$ от $t$ и $x$



# Нормальная дисперсия

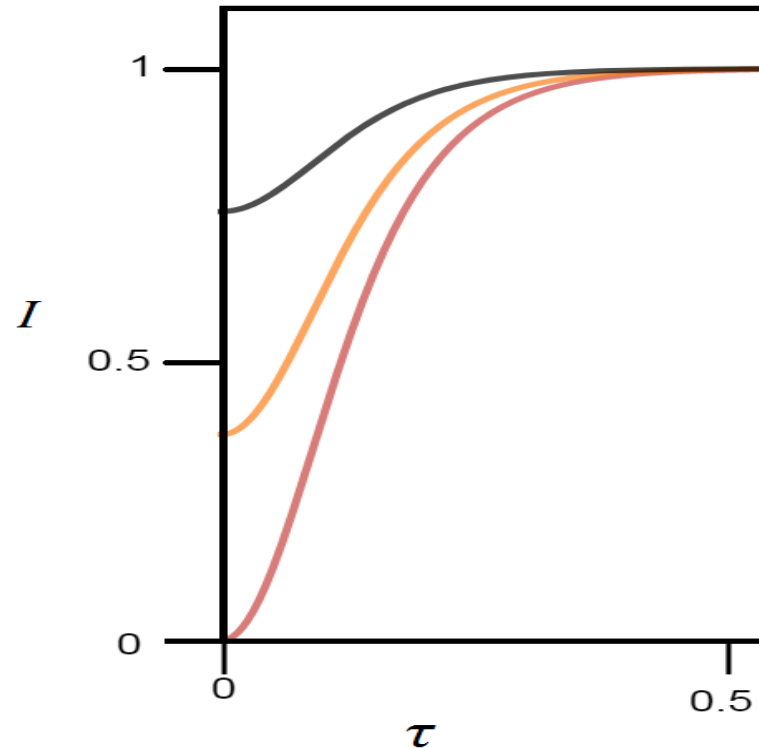
$$R > L_d, R > L_{nl}, Q^2 > 1$$

$$Q(\chi, \tau) = \exp(i\alpha\chi) v(\tau) \exp(ig(\tau))$$

$$v = \sqrt{1 - B^2 \operatorname{sech}^2(\mathcal{N}\tau)}$$

$$g = \beta B^2 \left( \tau - \frac{B \operatorname{atanh}\left(B \tanh\frac{(\mathcal{N}\tau)}{\sqrt{1-B^2}}\right)}{\mathcal{N}\sqrt{1-B^2}} \right)$$

$$\left\{ \begin{array}{l} B^2 = \frac{3\mathcal{N}^2}{2\alpha + \mathcal{N}}; \\ c = \frac{2\alpha - \mathcal{N}}{12}; \\ \beta = 2 \frac{\left(\frac{2\alpha}{\mathcal{N}^2} + 1\right)^2 (\alpha - \mathcal{N}^2)}{27}; \\ v_0 = \frac{1}{B}. \end{array} \right.$$



Зависимость интенсивности солитона  $I = |Q|^2$  от  $\tau$  для разных солитонов  $B=1$  (темный, красная линия),  $B=0.5$  и  $0.3$  (серые)

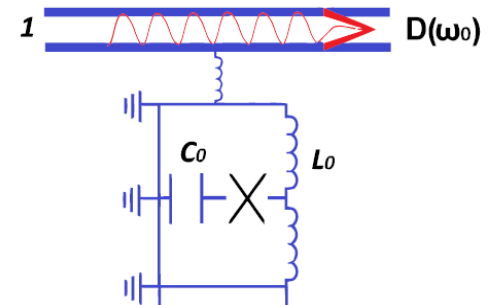
# Выводы

- Резонансное взаимодействие кубитов с электромагнитной волной приводит к появлению солитонных решений: в случае с аномальной дисперсией в системе наблюдаются солитоны, сохраняющие неизменной свою форму в пространстве в процессе распространения, а также оптические солитоны как с постоянной формой, так и периодически изменяющие ее.
- В случае с нормальной дисперсией также наблюдаются как обычные постоянные гауссообразные солитоны, так и оптические: темные (при которых прозрачность системы становится равной нулю) и серые (частично «запирающие» прохождение).

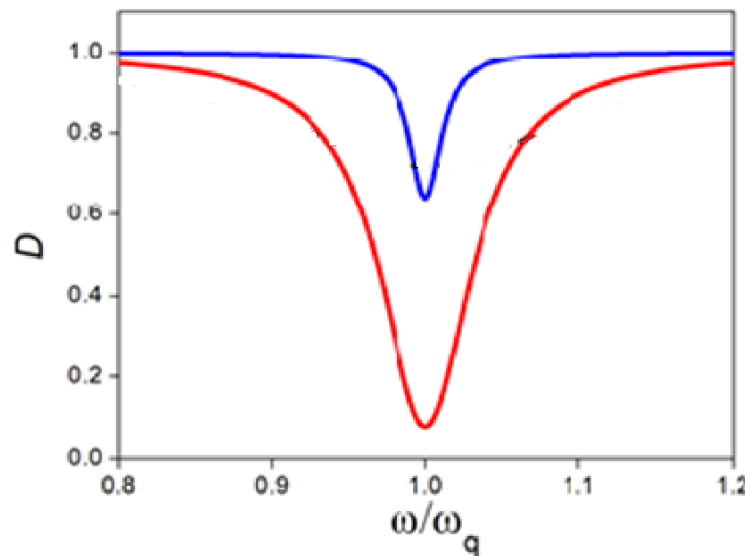
# Исследование коэффициента прохождения

$Lk \ll 1, K(t - t_1) \sim const$ , один кубит

$$D = |d|^2 = \frac{1}{1 + \theta \frac{1}{\omega^2 (E_J - \omega)^2 + \frac{1}{\tau^2}}},$$



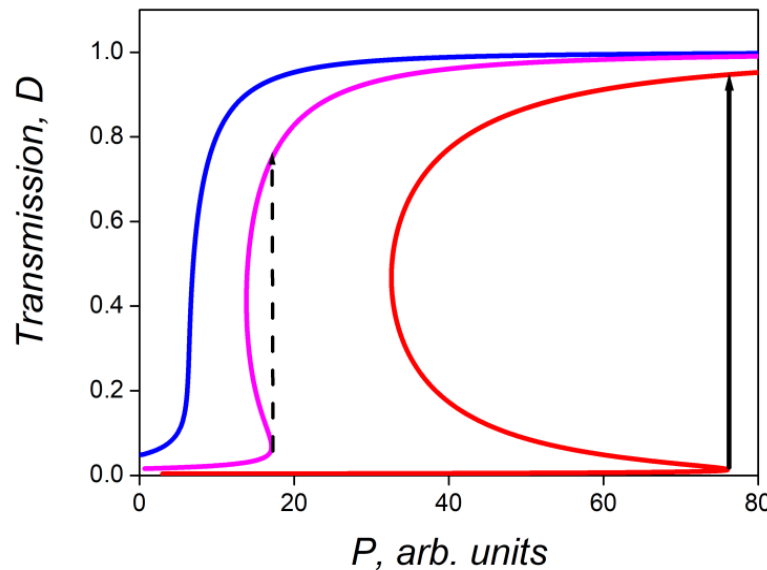
$$\frac{\alpha^2}{4v^2 E_j^2} = \theta$$



$\theta=0,01$  (синий),  $\theta=0,001$  (красный)

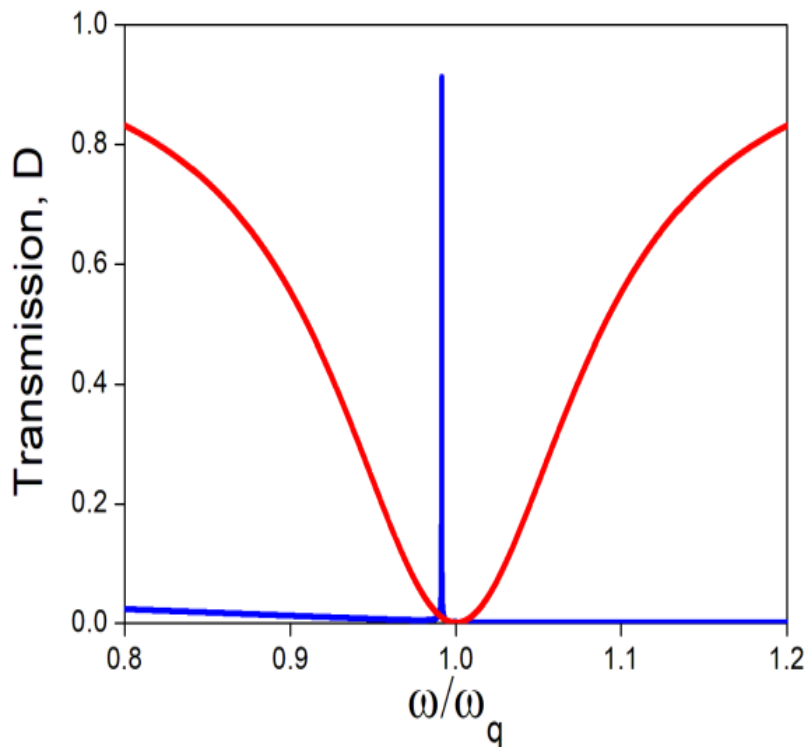
$Lk \ll 1, K(t - t_1) \sim Q^2$ , ОДИН КУБИТ

$$\bullet D = |d|^2 = \frac{P_0}{\left( 1 + \theta \frac{E_J^4}{\omega_f^2} \frac{(2E_J - \omega)^2 + \frac{1}{\tau^2}}{\left( (2E_J - \omega)^2 + \gamma^2 |d|^2 + \frac{1}{\tau^2} \right)^2} \right)}$$



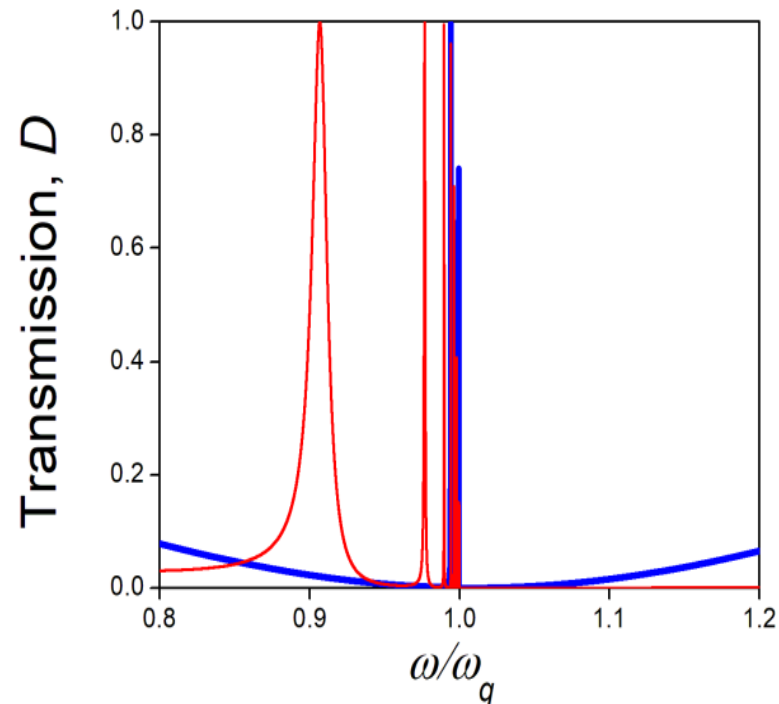
$\theta = 0,09$  (синий),  $\theta = 0,15$  (лиловый),  $\theta = 0,35$  (красный)

$Lk \gg 1, K(t - t_1) \sim \text{const}$ , цепочка кубитов



$$\frac{\alpha}{E_j} = 900 \text{ (синий)},$$

$$\frac{\alpha}{E_j} = 9 \text{ (красный)}$$



$$\frac{\alpha}{E_j} = 10, kl = 0,32 \text{ (синий)},$$

$$kl = 0,08 \text{ (красный)}$$

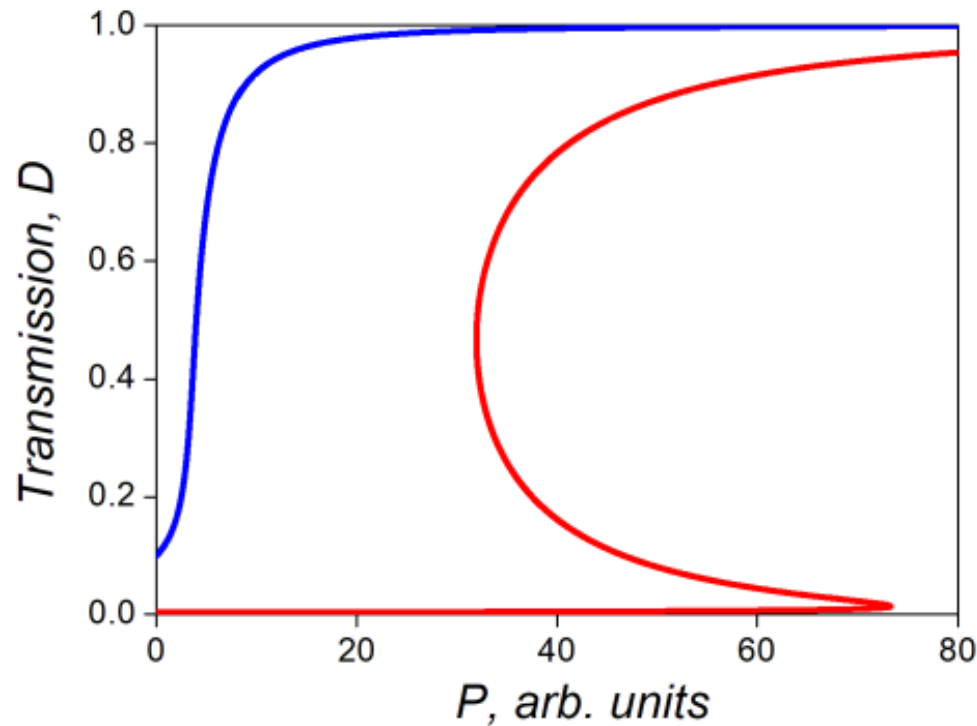
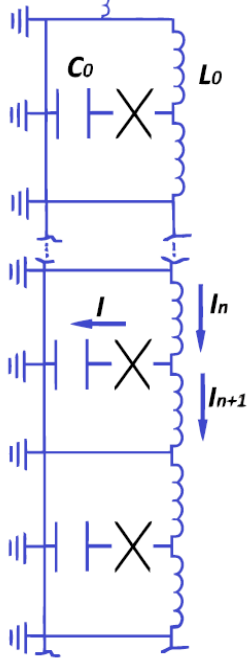


$$K(t - t_1) \sim Q^2$$

$$Lk \gg 1$$

$$P = \sqrt{\frac{z}{D\sqrt{1-D^2}} - \frac{1}{D^2}}$$

$$z = \frac{\sqrt{2\omega_0 E_J}(2E_J - \omega)}{2lk\left((2E_J - \omega)^2 + \frac{1}{\tau^2}\right)}$$



$z = 4$  (синий),

$z = 17$  (красный)

# Выводы

- В линейном режиме для одиночного кубита обнаружено сильное подавление коэффициента прохождения электромагнитной волны. В случае сильного взаимодействия с решеткой кубитов найдена область параметров, где наблюдается резонансное прохождение электромагнитной волны и резкое увеличение коэффициента прохождения.
- В сильно нелинейном режиме больших амплитуд электромагнитного поля взаимодействие кубитов с электромагнитным полем сильно подавляется, и коэффициент прохождения электромагнитной волны восстанавливается как в случае одного кубита, так и цепочки кубитов.

# БЛАГОДАРЮ ЗА ВНИМАНИЕ

Ионцев Михаил