Динамика неклассического света в системах с керровской нелинейностью и формирование негауссовских состояний

Балыбин С.Н., Тихонова О.В., Захаров Р.В.
Физический факультет МГУ им. М. В. Ломоносова
sn.balybin@physics.msu.ru

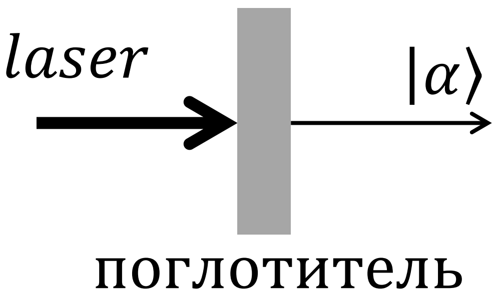
Москва, 2020

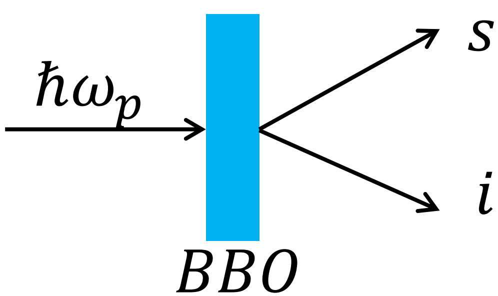
План

- Неклассический свет
- Квантовые ковры и функция Вигнера
- Керровская нелинейность
- Теоретический подход
- Динамика $|\alpha\rangle$ и $|R\rangle$
- Формирование негауссовости
- Заключение

Неклассические состояния света

$$\psi = \sum_n C_n |n\rangle$$





- **Фоковское состояние**
  $\psi_n = |n\rangle$

- **Когерентное состояние**
  $$\psi_\alpha = |\alpha\rangle = e^{-\frac{|\alpha|^2}{2}} \sum_n \frac{\alpha^n}{\sqrt{n!}} |n\rangle$$
  $|C_n|^2$: распределены по Пуассону

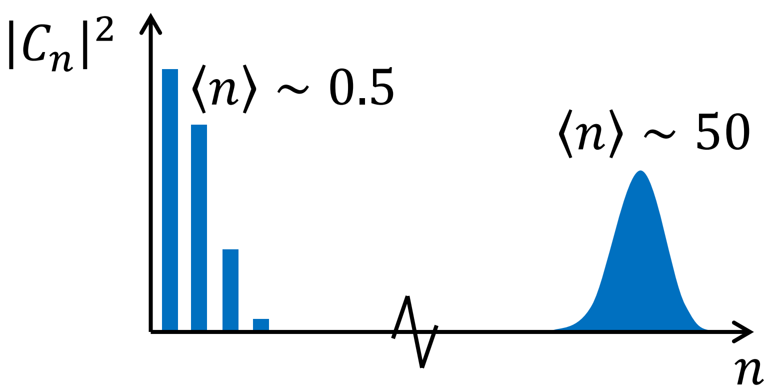
- **Сжатый вакуум**
  $\psi \sim |0,0\rangle + \alpha|1,1\rangle + \beta|2,2\rangle$
  Одномодовый сжатый вакуум:
  $$\psi_{sq} = |R\rangle = \sum_n C_{2n} |2n\rangle$$

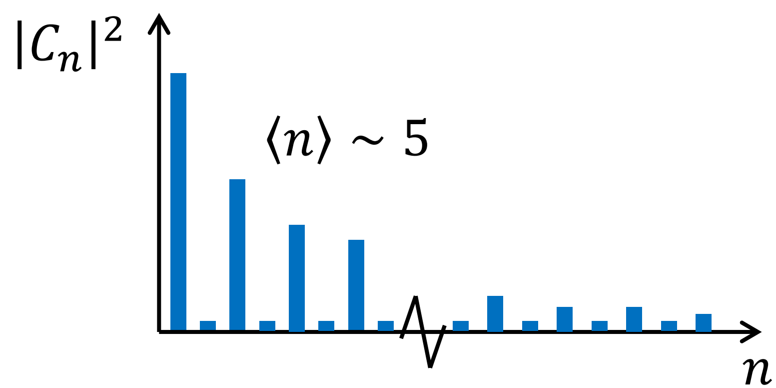
Неклассические состояния света

$$\psi = \sum_n C_n |n\rangle$$

$$|\alpha\rangle = \sum_{k=0}^{\infty} e^{-|\alpha|^2/2} \frac{\alpha^k}{\sqrt{k!}} |k\rangle$$

$$|R\rangle = \sum_{k=0}^{\infty} \sqrt{\frac{2R}{1+R^2}} \frac{\sqrt{(2k)!}}{k!} \left(\frac{1-R^2}{2(1+R^2)} \right)^k |2k\rangle$$





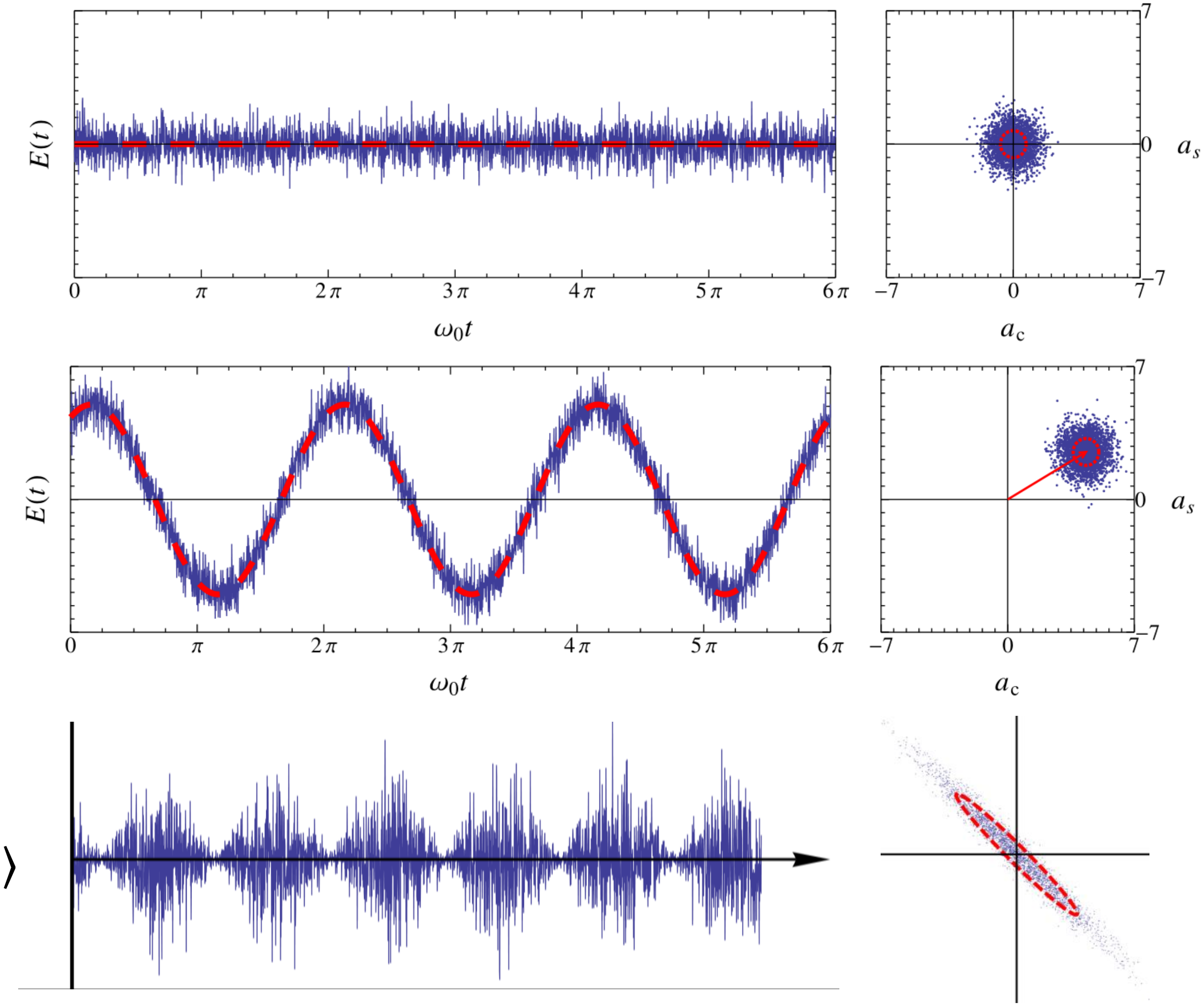
В чем заключается неклассичность таких состояний и какова связь с классическим светом?

Неклассические состояния света

Вакуум $|0\rangle$

Когерентный $|\alpha\rangle$

Сжатый вакуум $|R\rangle$



Living Rev. Relativity, **15**, (2012), 5

Ковры и функция Вигнера

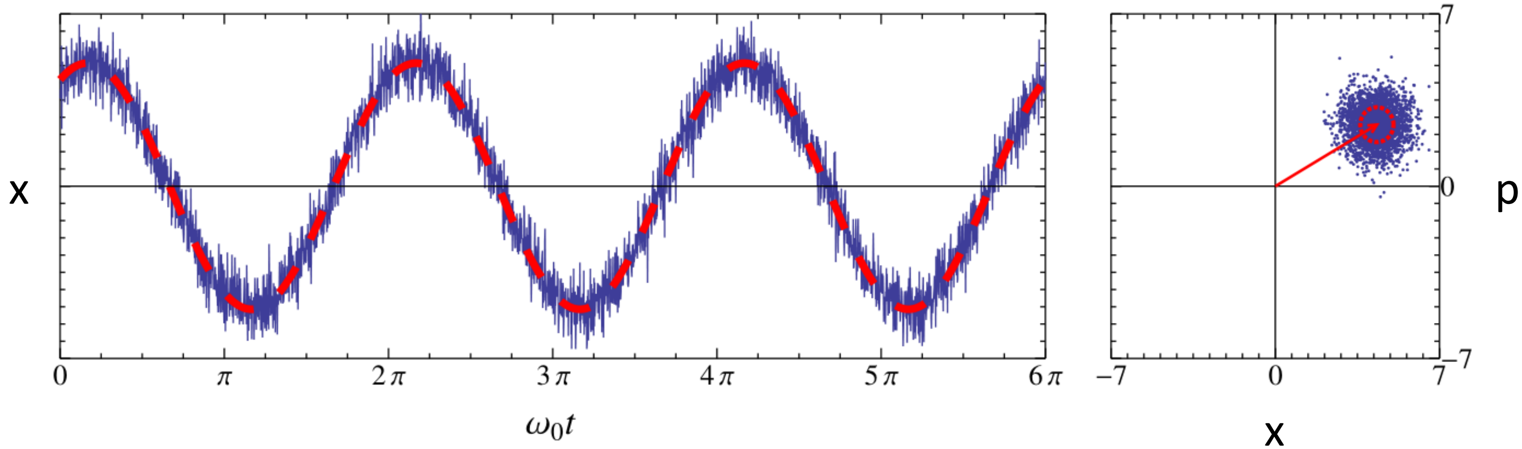
Как анализировать квантовые флуктуации?

Квантовые ковры
(плотность распределения
в зависимости от времени)

$$|\langle x|\psi(t)\rangle|^2 = |\psi(x,t)|^2$$

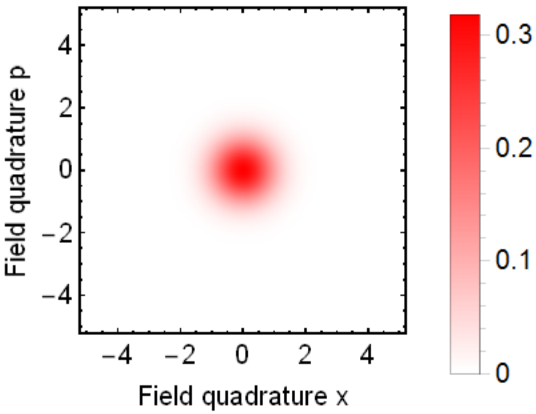
Функция Вигнера
(квазираспределение вероятности
по фазовой диаграмме x-p)

$$W(x,p) = \frac{1}{\pi}\int_{-\infty}^{\infty} \psi^*(x+y)\psi(x-y)e^{ipy}dy$$

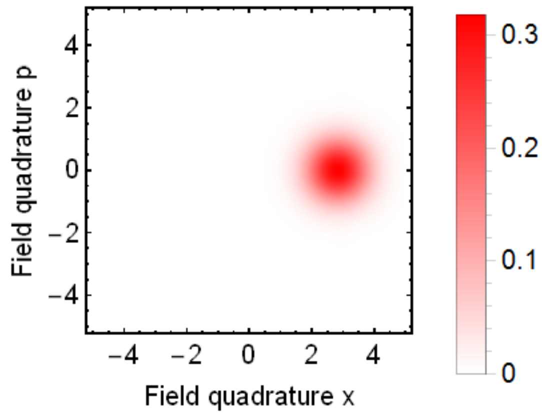


Функция Вигнера

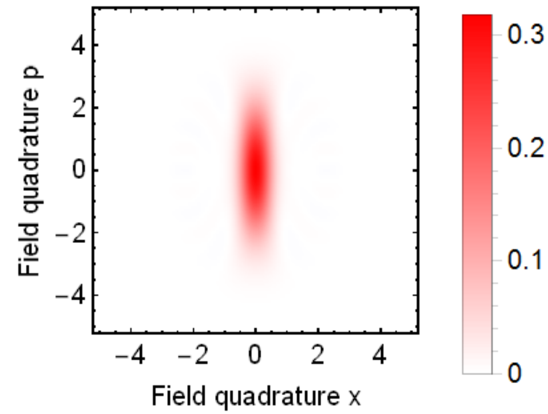
Вакуум $|0\rangle$



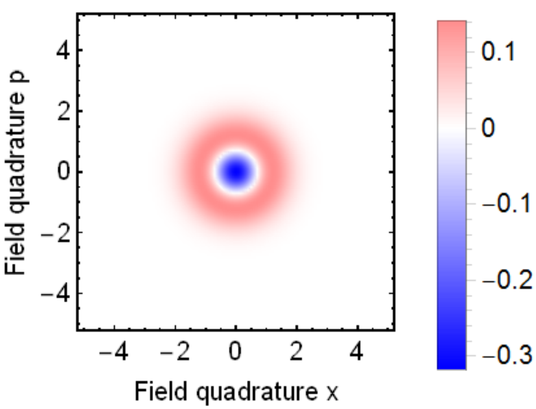
Когерентный $|\alpha\rangle$



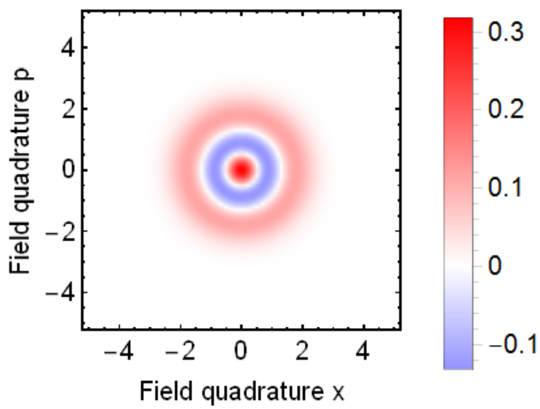
Сжатый вакуум $|R\rangle$



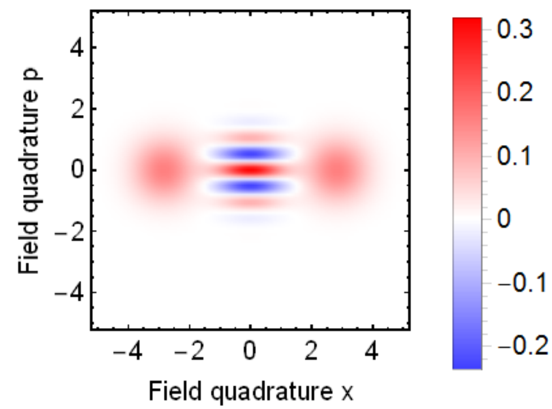
1 фотон $|1\rangle$



2 фотона $|2\rangle$



Кот $\frac{|\alpha\rangle + |-\alpha\rangle}{\sqrt{2}}$



Керровская нелинейность

$$\mathbf{P} = \varepsilon_0 \chi^{(1)} : \mathbf{E} + \varepsilon_0 \chi^{(2)} : \mathbf{EE} + \varepsilon_0 \chi^{(3)} : \mathbf{EEE} + \cdots$$

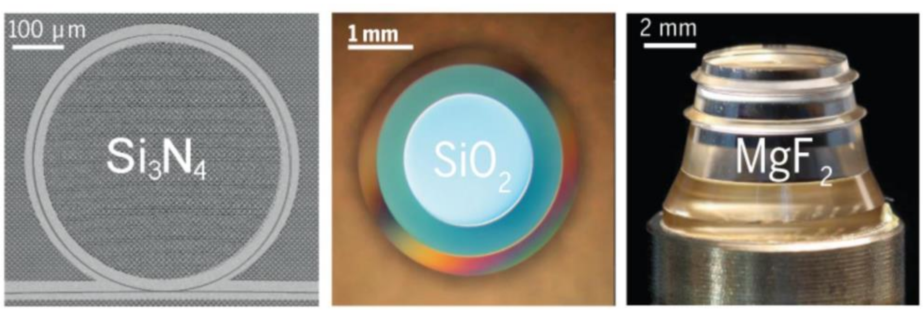
Электрооптический эффект

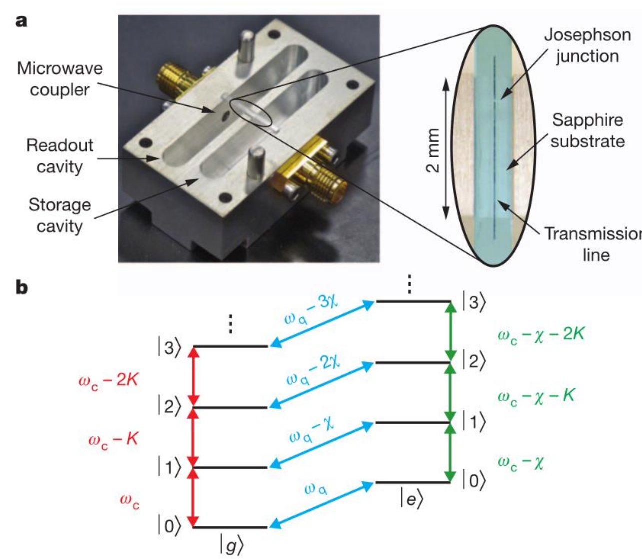
$$\begin{cases} \mathbf{E} = \mathbf{E}_0 + \mathbf{E}_\omega \cos(\omega t) \\ \mathbf{P} \simeq \varepsilon_0 \left(\chi^{(1)} + 3\chi^{(3)} |\mathbf{E}_0|^2 \right) \mathbf{E}_\omega \cos(\omega t) \end{cases}$$

Самофокусировка

$$n = (1+\chi)^{1/2}$$

$$\begin{cases} \mathbf{E} = \mathbf{E}_\omega \cos(\omega t) \\ \mathbf{P} \simeq \varepsilon_0 \left(\chi^{(1)} + \frac{3}{4}\chi^{(3)} |\mathbf{E}_\omega|^2 \right) \mathbf{E}_\omega \cos(\omega t) \end{cases}$$





Теоретический подход

Квантово-механическое рассмотрение эффекта Керра

$$H_{sp} = \hbar\omega a^{\dagger} a - \hbar \frac{g}{2} a^{\dagger 2} a^2 \qquad [H_{sp}, \hat{n}] = 0$$

Уравнение Гейзенберга: $\dot{a} = \frac{i}{\hbar}[H_{sp}, a] = -i\omega a + i\hat{n}a$

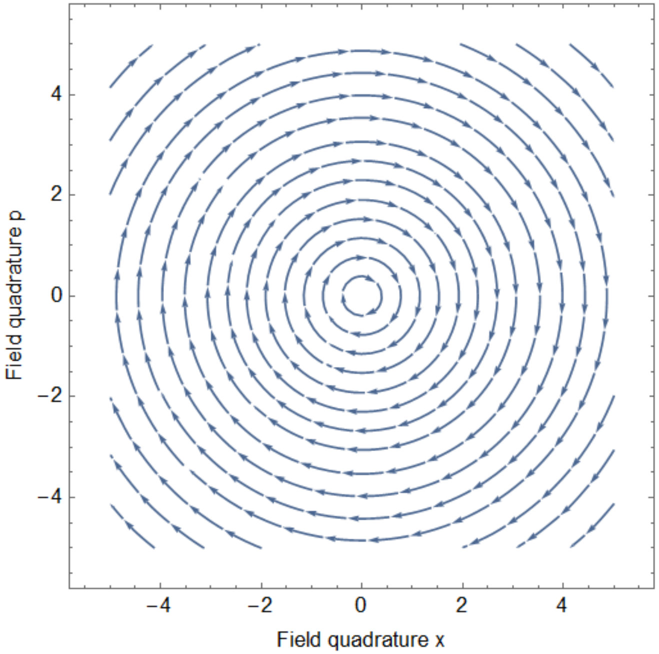
$$a(t) = \exp\left(i(g\hat{n} - \omega)t\right) a_{in} \Rightarrow \begin{cases} x = (a + a^{\dagger})/\sqrt{2} \\ p = (a - a^{\dagger})/i\sqrt{2} \end{cases}$$

$$x = \cos\left(g\frac{x_0^2 + p_0^2}{2}t\right)x_0 - \sin\left(g\frac{x_0^2 + p_0^2}{2}t\right)p_0$$

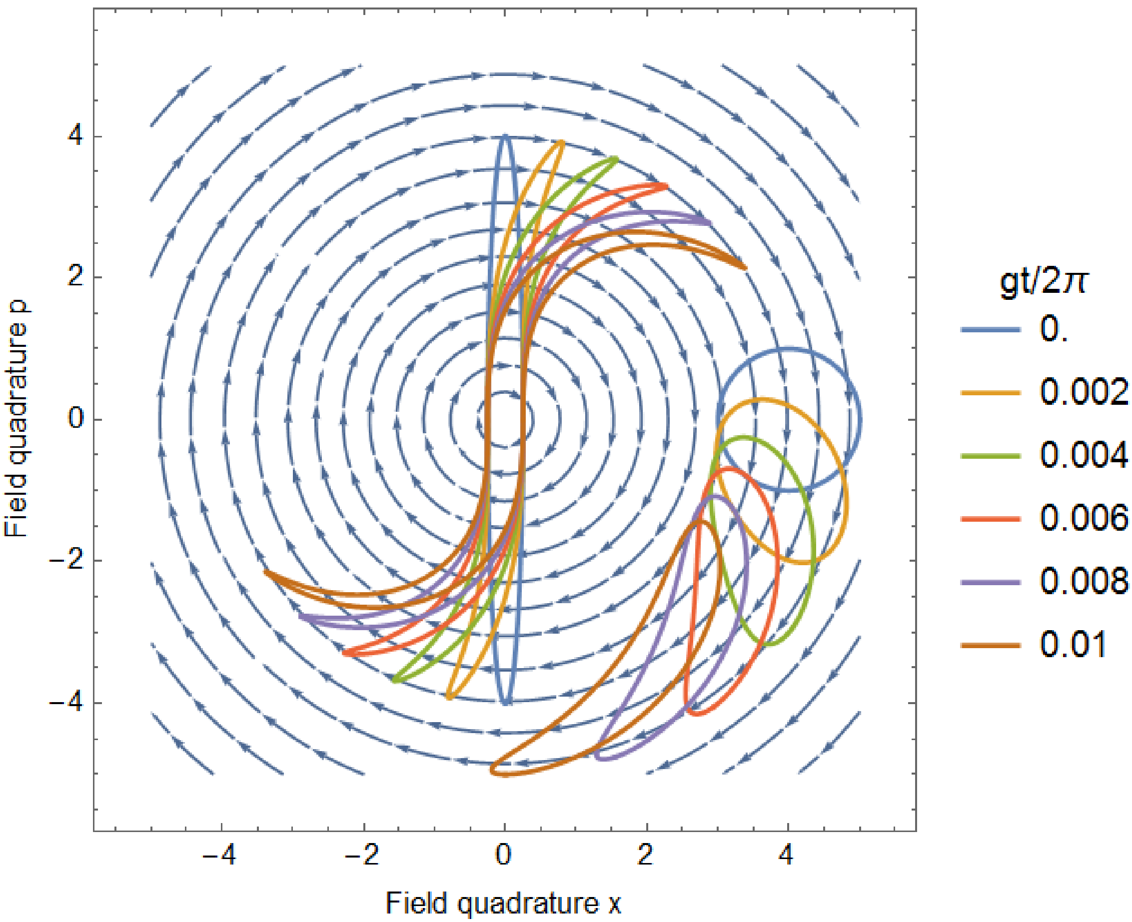
$$p = \sin\left(g\frac{x_0^2 + p_0^2}{2}t\right)x_0 + \cos\left(g\frac{x_0^2 + p_0^2}{2}t\right)p_0$$

Вращение на фазовой плоскости с

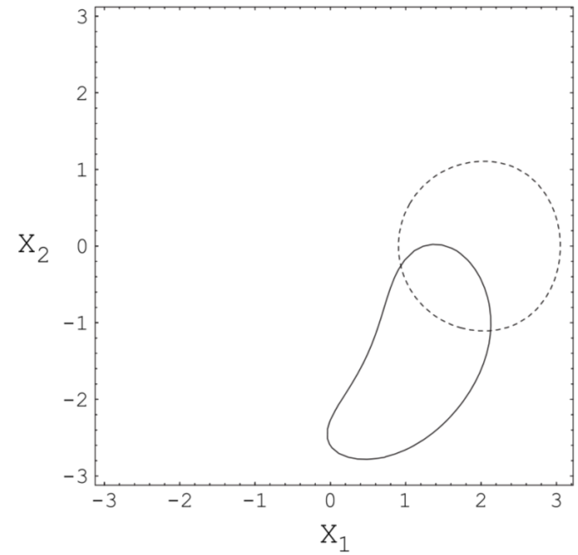
$$\omega = \frac{g}{2} * r^2$$

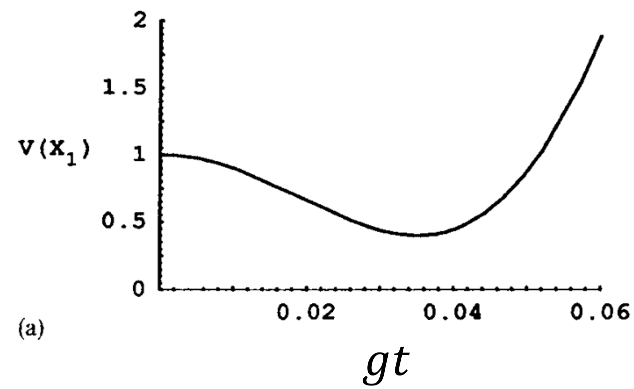


Динамика $|\alpha\rangle$ и $|R\rangle$



D.F. Walls Gerard J. Milburn





(a)

Динамика $|\alpha\rangle$

$$a(t) = \exp\left(i(g\hat{n} - \omega)t\right)a_{in}$$

$$x = (a + a^{\dagger})/\sqrt{2}$$

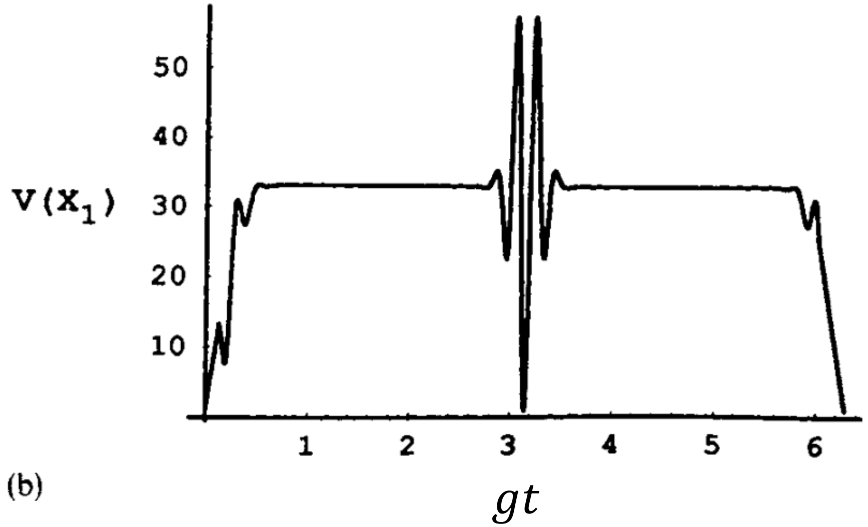
+ усреднение по $|\alpha\rangle$

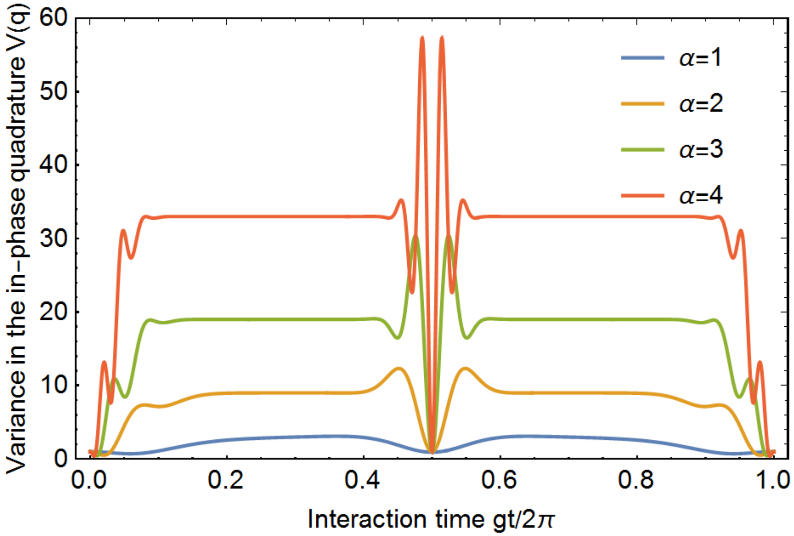
$$Var[x(t)] = 1/2 + |\alpha|^2\Big[1 - e^{-2|\alpha|^2(1-\cos gt)} -$$
$$- \cos(2|\alpha|^2 \sin gt - 2\omega t)e^{-2|\alpha|^2(1-\cos gt)} +$$
$$+ \cos(gt + |\alpha|^2 \sin 2gt - 2\omega t)e^{-|\alpha|^2(1-\cos 2gt)}\Big]$$

Периодичность
$T = 2\pi/g$

Локализация при
$t = T/2$

(b)





Динамика |R⟩

$$a(t) = \exp\left(i(g\hat{n} - \omega)t\right)a_{in}$$

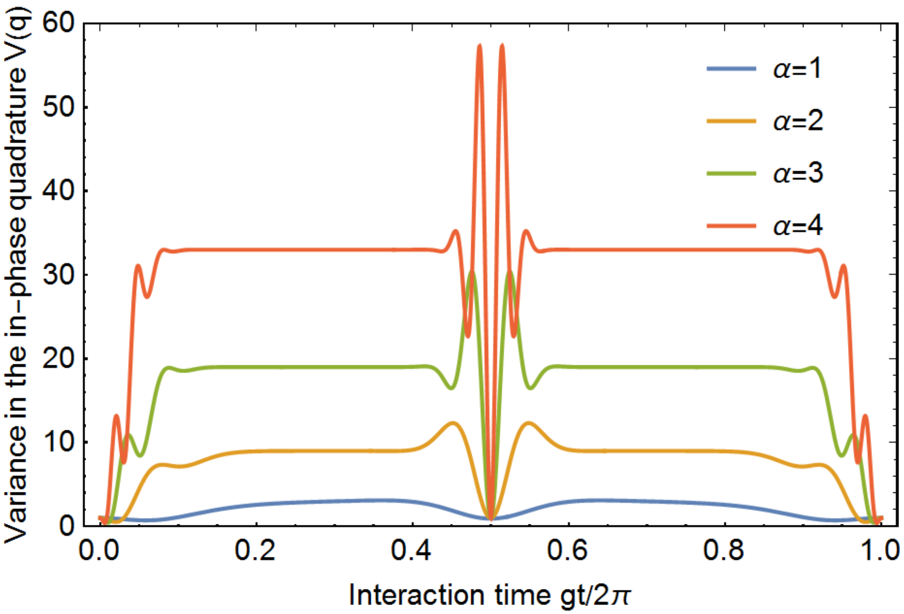
$$x = (a + a^{\dagger})/\sqrt{2}$$

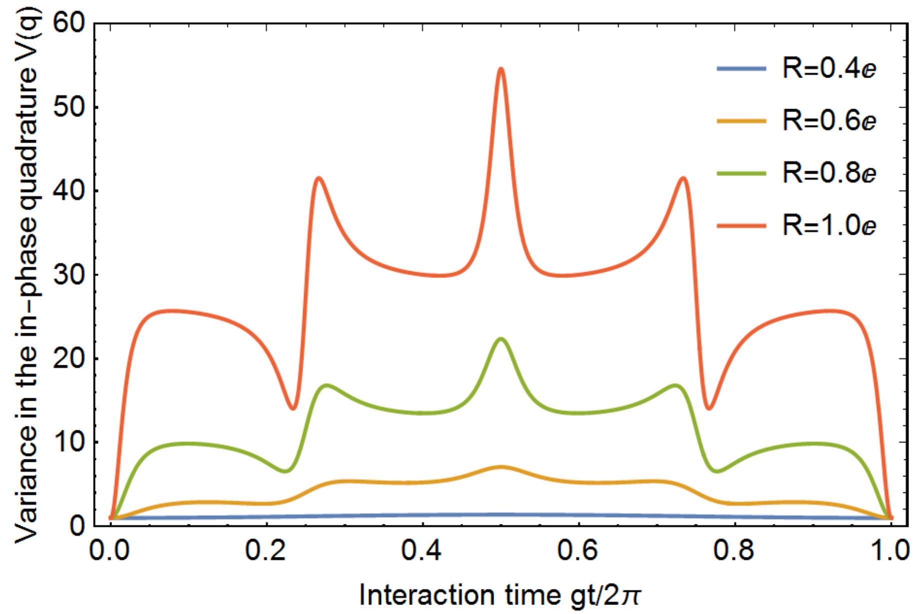
+ усреднение по |R⟩

$$Var[x(t)] = 1/2 + \sum_{n=0}^{\infty} n|C_n|^2 +$$

$$+ \sum_{n=0}^{\infty} \sqrt{(n+1)(n+2)}|C_n||C_{n+2}| \cos\left((2n+1)gt - 2\omega t\right) -$$

$$-2\left(\sum_{n=0}^{\infty} \sqrt{n+1}|C_n||C_{n+1}| \cos\left(ngt - \omega t\right)\right)^2 .$$





Расчет ковров и функции Вигнера

$$H_{sp} = \hbar\omega a^{\dagger} a - \hbar \frac{g}{2} a^{\dagger 2} a^{2}$$

Уравнение Шредингера: $i\hbar \frac{\partial|\psi\rangle}{\partial t} = H_{sp}|\psi\rangle$

$$|\psi(t)\rangle = \sum_{k=0}^{\infty} \exp(-i\omega k t + i\frac{k(k-1)}{2} g t) C_k |k\rangle$$

$$\Downarrow$$

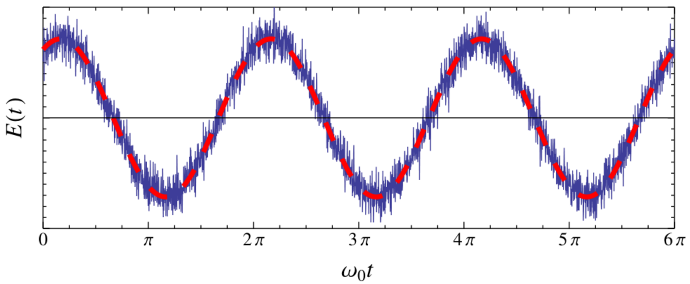
- Фотонная статистика остается неизменной, то есть статистически состояние не изменяется: $|C_k|^2 = const$
- Для когерентного при $\mathrm{t} = T/2$ формируется суперпозиция:

$$(e^{i\pi/4}|i\alpha\rangle + e^{-i\pi/4}|-i\alpha\rangle)/\sqrt{2}$$

- Можно строить квантовые ковры
- Можно строить функцию Вигнера

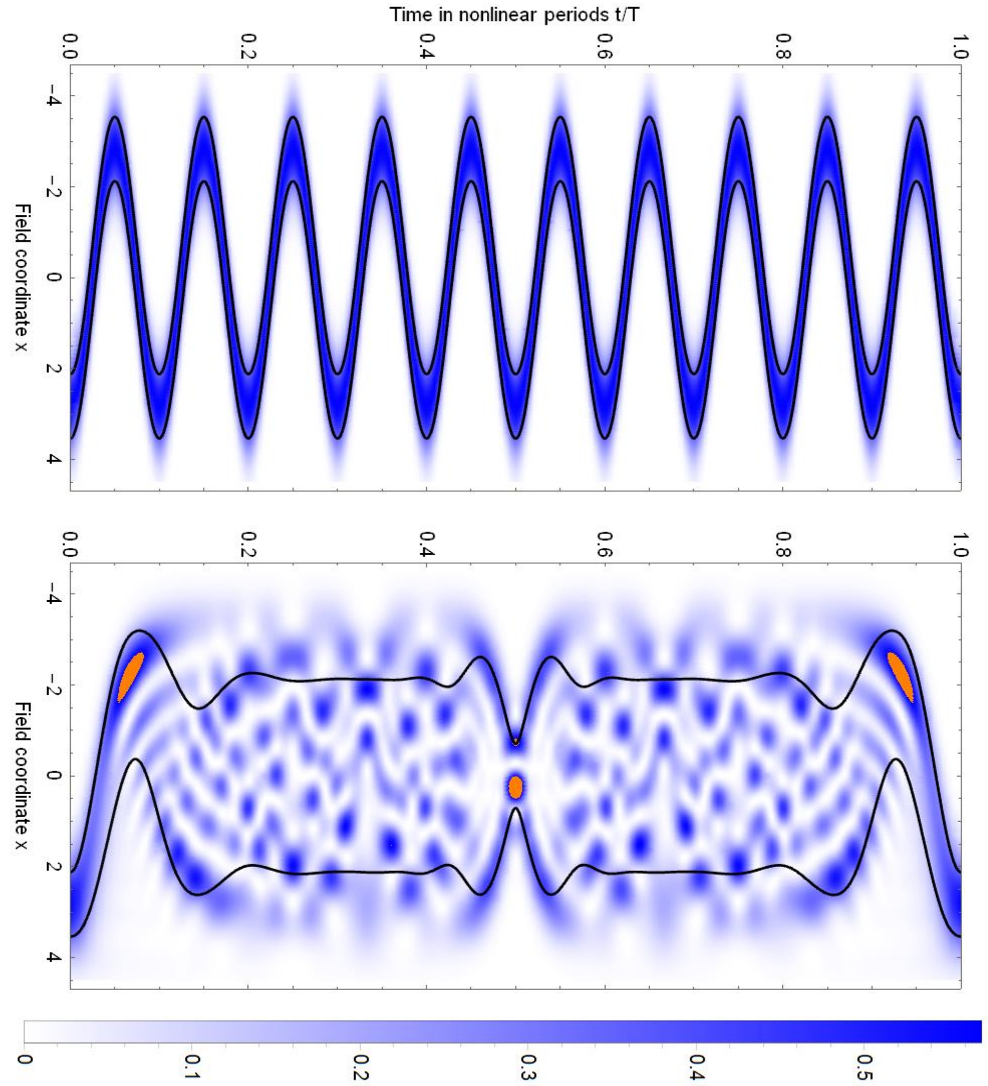
Квантовые ковры для $|\alpha\rangle$

Свободная динамика

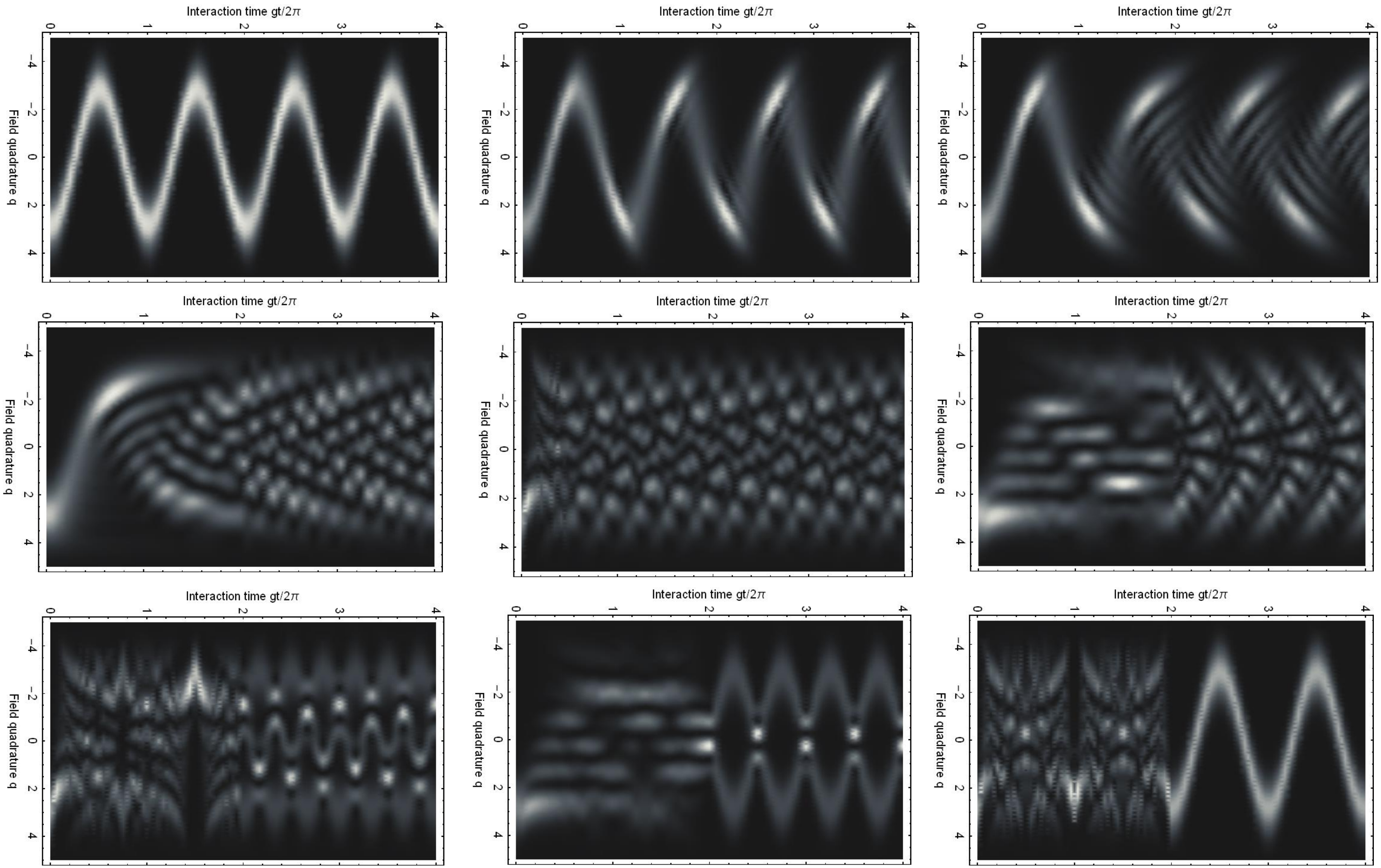


Динамика в керровской среде:

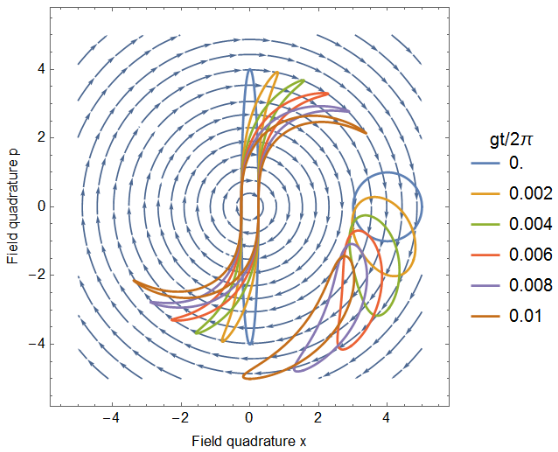
- Дисперсия не описывает
- Локальное сжатие
- Сильная негауссовость



Квантовые ковры для $|\alpha\rangle$

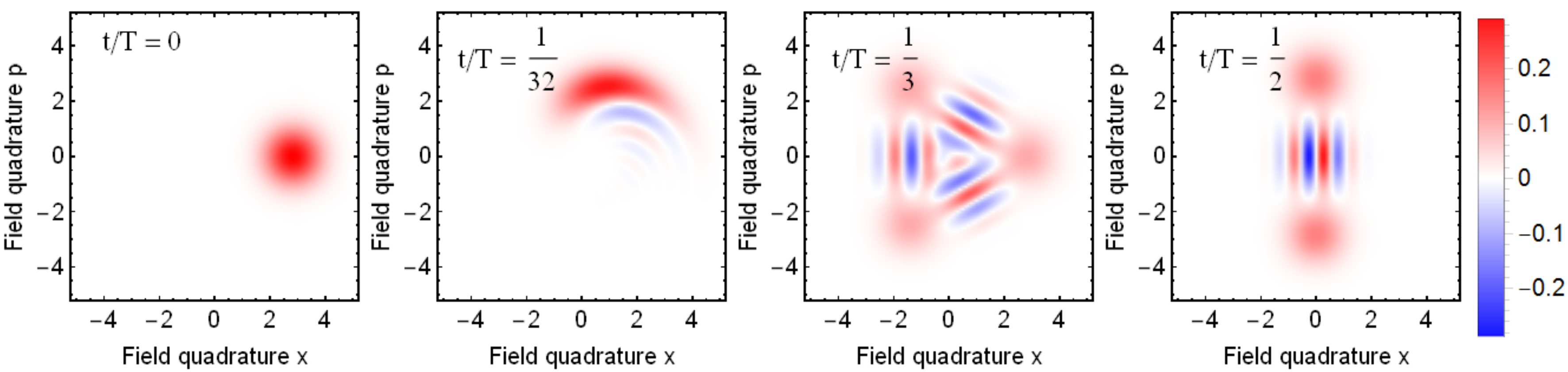


Функция Вигнера для $|\alpha\rangle$

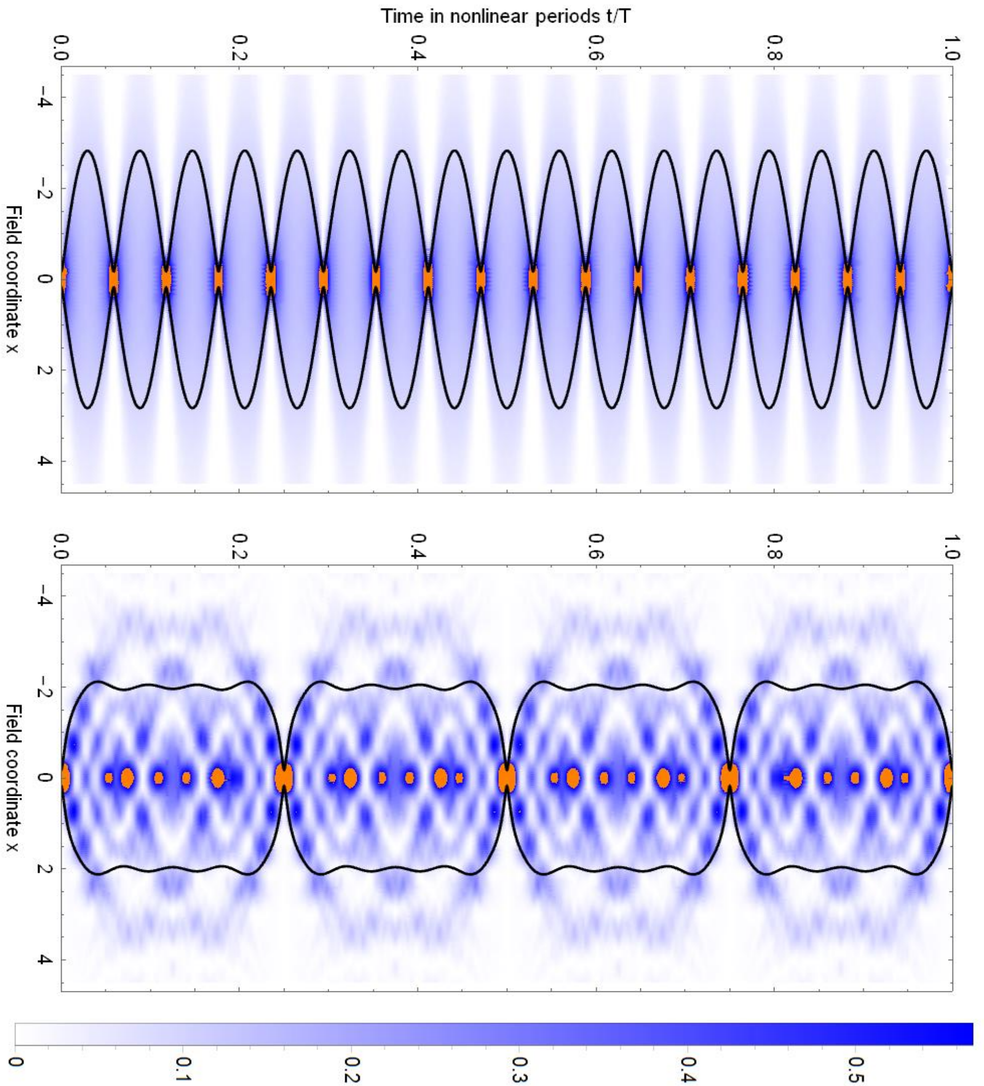


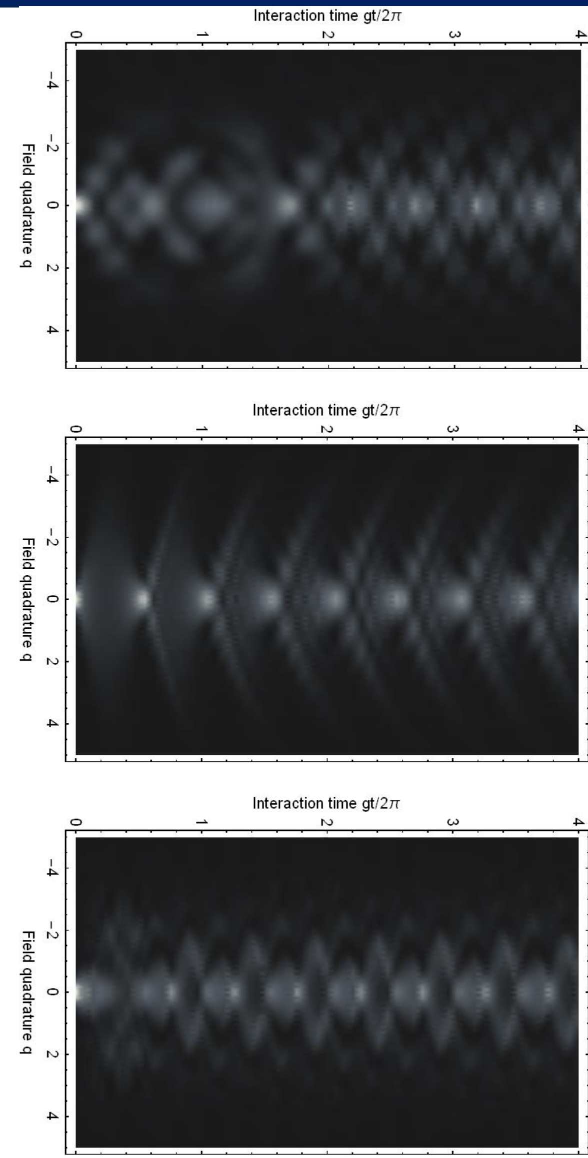
$$\left(e^{i\pi/4}|i\alpha\rangle + e^{-i\pi/4}|-i\alpha\rangle\right)/\sqrt{2}$$

Обобщенные когерентные состояния, нет изменения фотонной статистики

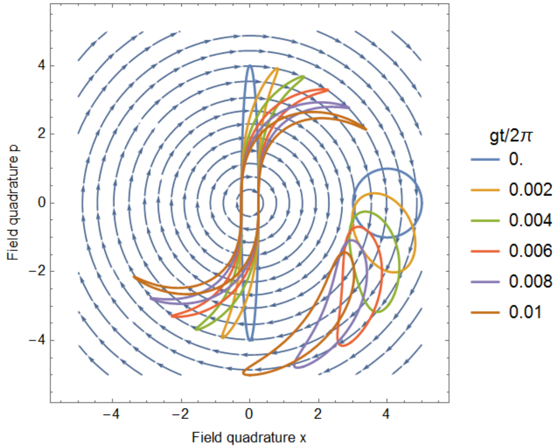


Квантовые ковры для $|\mathbf{R}\rangle$

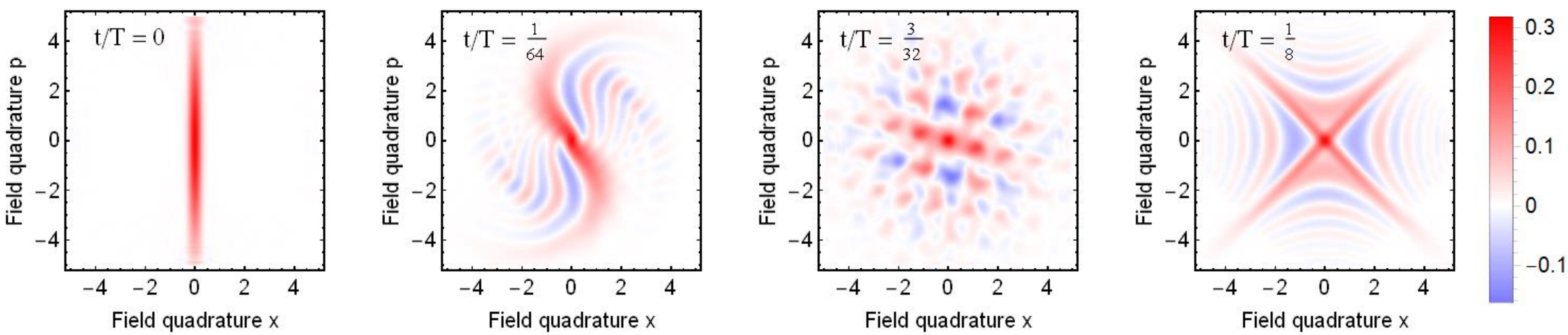




Функция Вигнера для $|R\rangle$



Негауссовские состояния



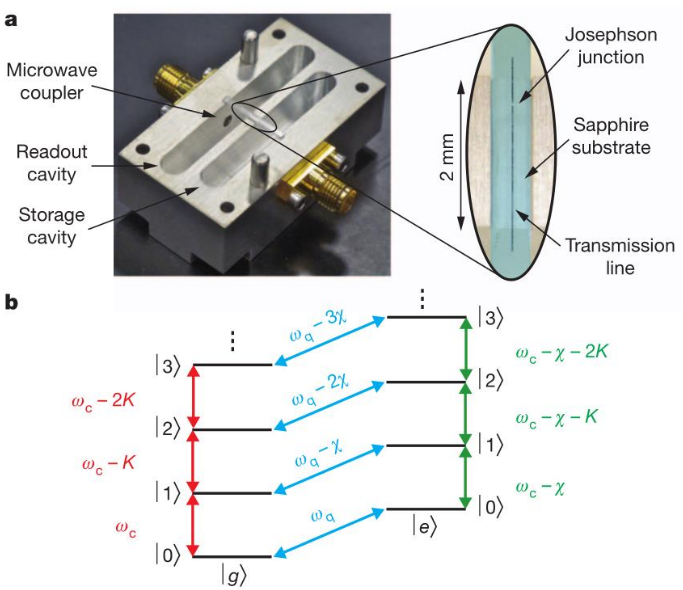
Экспериментальные возможности

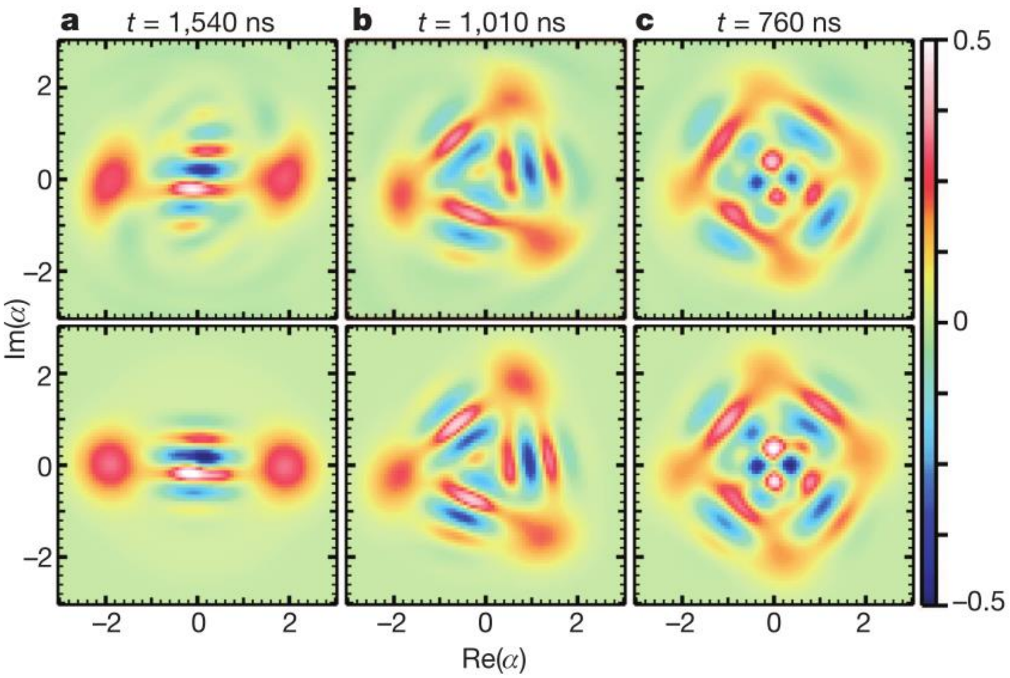
LETTER

doi:10.1038/nature11902

Observation of quantum state collapse and revival due to the single-photon Kerr effect

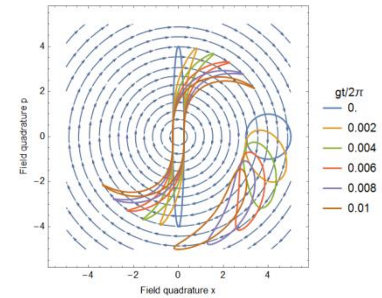
Gerhard Kirchmair[1], Brian Vlastakis[1], Zaki Leghtas[2], Simon E. Nigg[1], Hanhee Paik[1], Eran Ginossar[3], Mazyar Mirrahimi[1,2], Luigi Frunzio[1], S. M. Girvin[1] & R. J. Schoelkopf[1]



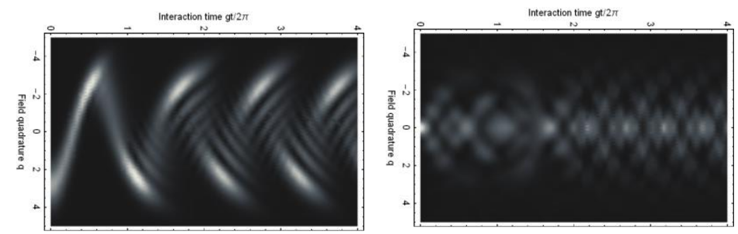


Заключение

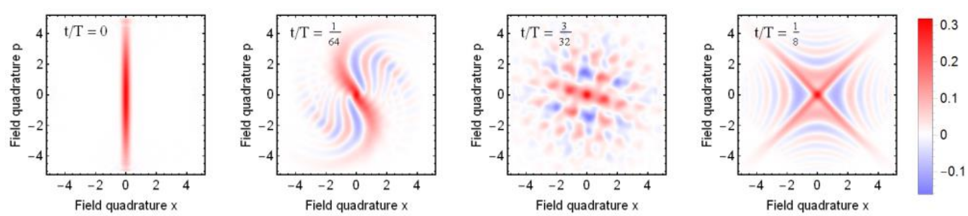
- Исследована динамика неклассических полей в керровской среде



- Получены квантовые ковры и функции Вигнера для $|\alpha\rangle$ и $|R\rangle$



- Обнаружено формирование существенно негауссовских состояний



Перспективы:
Исследовать поведение нано структур в подобных негауссовских полях.

Спасибо за внимание