

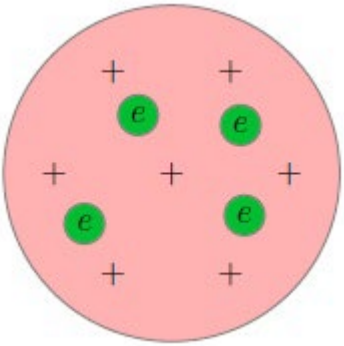
Атомная физика

Лекция 3

проф. Попов Александр Михайлович

Модели атомов: атомы Томсона, Резерфорда и Бора

Атом Томсона (1897-1903).



$$\ddot{\vec{r}} + \Omega_0^2 \vec{r} = 0$$

$$\Omega_0 = \sqrt{e^2 / m R^3} \sim 10^{16} \text{ c}^{-1} \quad \text{при} \quad R \approx 0.5 \text{ \AA}$$

$$\vec{r}(t) = \vec{r}_0 \cos \Omega_0 t$$

Учет радиационного затухания

$$\ddot{\vec{r}} + \gamma \dot{\vec{r}} + \Omega_0^2 \vec{r} = 0 \quad \gamma = 2e^2 \Omega_0^2 / 3mc^3 \ll \Omega_0$$

классическая постоянная

затухания

$$\vec{r}(t) \cong \vec{r}_0 \exp(-\gamma t/2) \cos \Omega_0 t$$

$$E(t) = \frac{m \dot{\vec{r}}^2}{2} + \frac{m \Omega_0^2 \vec{r}^2}{2} = E_0 \exp(-\gamma t)$$

$$\tau = 1/\gamma \sim 10^{-9} \text{ c}$$

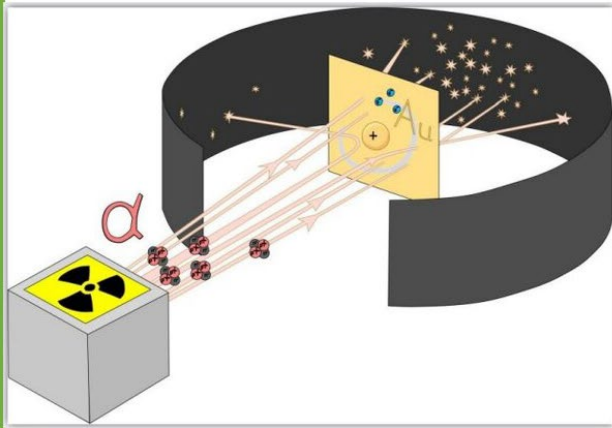
время жизни

возбужденного атома

Спектр излучения: $\Omega_0, 2\Omega_0, 3\Omega_0, \dots$ - кратные частоты

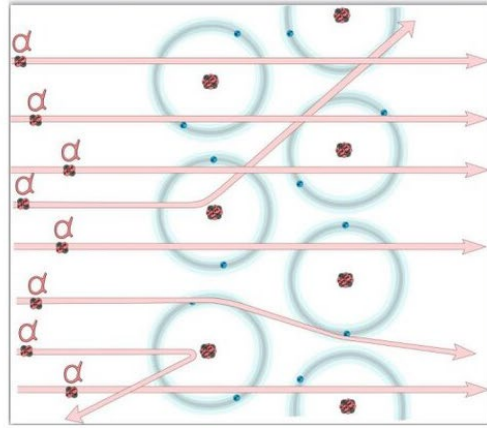
Основной вывод: атом – это осциллятор с временем затухания ~ 1 нс

Опыты Резерфорда (1909-1911). Атомное ядро. Планетарная модель атома.

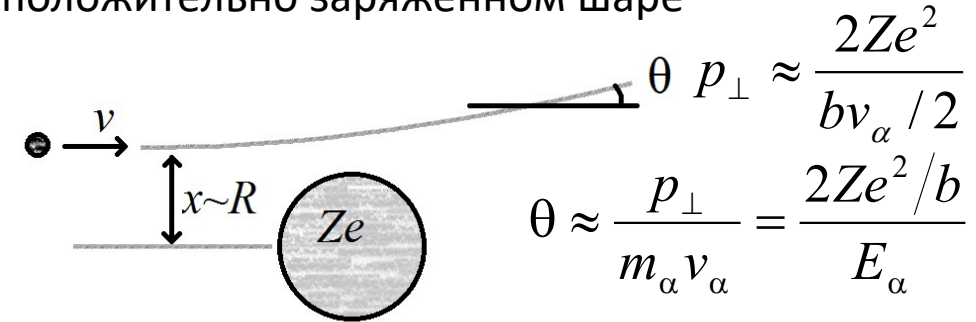


Результаты экспериментов:

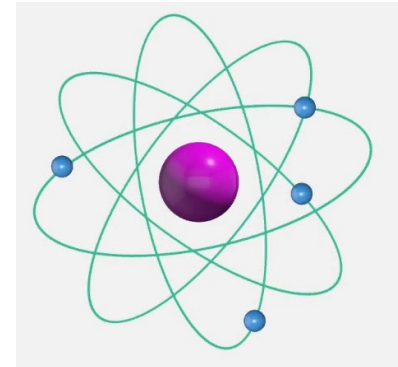
- большее число α -частиц, рассеивалось на небольшие углы (не больше 3°),
- наблюдались также отдельные α -частицы, рассеянные на большие углы;



единичный акт рассеяния на
положительно заряженном шаре



При $b = R = 10^{-8}$ см получаем
 $\theta_{mib} \sim 4 \times 10^{-4}$ (~ 0.02 град)



В атоме существует область компактно локализованного положительного заряда –
атомное ядро (размер $\sim 10^{-12}$ см)

Планетарная (ядерная) модель атома и проблема устойчивости

Излучение

$$\frac{dE}{dt} = -\frac{2e^2}{3c^3} \left| \ddot{\vec{r}} \right|^2 \quad mv^2/r = e^2/r^2 \quad E = -mv^2/2 = -e^2/2r$$

Уравнение для энергии

$$\frac{dE}{dt} = -\beta E^4 \quad \beta = \frac{32}{3} \frac{1}{m^2 c^3 e^2}$$

$$\int_{E_0}^{-\infty} \frac{dE}{E^4} = -\beta \tau \quad \tau = \frac{1}{3\beta |E_0|^3} = \frac{1}{32} \left(\frac{mc^2}{|E_0|} \right)^3 \cdot \frac{e^2}{mc^3}$$

Если $E_0 = -10$ эВ, то $\tau \sim 10^{-10}$ с

Сериальные закономерности в спектре атома водорода

- серия Бальмера (1885)

$$\frac{1}{\lambda} = R \left(\frac{1}{2^2} - \frac{1}{n^2} \right) \quad n = 3, 4, 5, \dots \quad R = 109677 \text{ см}^{-1}$$

- серия Лаймана (1906)

- серия Пашена (1911)

- Серии Брэкета, Пфунда, Хэмфри, Хансена-Стронга (1958)

- Обобщенная формула Бальмера

$$\hbar\omega_{mn} = Ry \cdot Z^2 \left(\frac{1}{m^2} - \frac{1}{n^2} \right) \quad n > m$$

$$Ry = R \times 2\pi\hbar c = 13.6 \text{ эВ}$$



Сериальные закономерности не могут быть поняты в рамках моделей Томсона и Резерфорда и подталкивают к мысли и дискретной структуре атомных уровней

Модель Бора (1913)

Квантование момента количества движения (для круговой орбиты)

$$L_z = mvr = n\hbar, \quad n = 1, 2, 3, \dots$$

Откуда взяли??

Уравнение движения

$$m \frac{v^2}{r} = \frac{Ze^2}{r^2}$$

Решение

$$r_n = \frac{\hbar^2}{me^2} \frac{n^2}{Z} = a_0 \frac{n^2}{Z}$$

$$a_0 = \hbar^2 / me^2 = 5.29 \cdot 10^{-9} \text{ см}$$

боровский радиус

$$v_n / c = \frac{e^2}{\hbar c} \frac{Z}{n}$$

$$\alpha = e^2 / \hbar c = 1/137$$

постоянная тонкой структуры

$$E_n = -\frac{mv_n^2}{2} = -\frac{me^4}{2\hbar^2} \frac{Z^2}{n^2}$$

$$\hbar\omega_{mn} = Ry \cdot Z^2 \left(\frac{1}{m^2} - \frac{1}{n^2} \right)$$

$$Ry = \frac{me^4}{2\hbar^2} = 13.606 \text{ эВ}$$

Ридберг

Модель Бора и волны де Бройля

Гипотеза де Бройля: электрону с импульсом p соответствует волна с $\lambda_D = h/p$

Движение устойчиво, если на орбите укладывается целой число длин волн:

$$n\lambda_D = 2\pi r_n$$

Следовательно: $n(h/mv_n) = 2\pi r_n \longrightarrow L_z = mv_n r_n = n h/2\pi$

Обобщение на случай эллиптических орбит (модель Бора-Зоммерфельда, 1916)

$$\oint p_i dq_i = 2\pi n_i \hbar$$

Релятивистское обобщение модели Бора

Уравнения

$$\frac{d}{dt} \frac{m\vec{v}}{\sqrt{1-(v/c)^2}} = -\frac{Ze^2}{r^3} \vec{r} \quad \longrightarrow \quad \frac{\gamma m v^2}{r} = \frac{Ze^2}{r^2} \quad \gamma = 1/\sqrt{1-(v/c)^2}$$
$$L_z = \gamma m v r = n\hbar$$

Решение

$$v_n/c = \alpha Z/n \quad r_n = a_0 \frac{n^2}{Z} \sqrt{1-(\alpha Z/n)^2}$$

Конец таблицы Менделеева

$$E = \gamma m c^2 - \frac{Ze^2}{r} = \gamma m c^2 (1 - v^2/c^2) = m c^2 \sqrt{1-(v/c)^2} = m c^2 \sqrt{1-(\alpha Z/n)^2} \quad Z > Z^* = 1/\alpha = 137$$

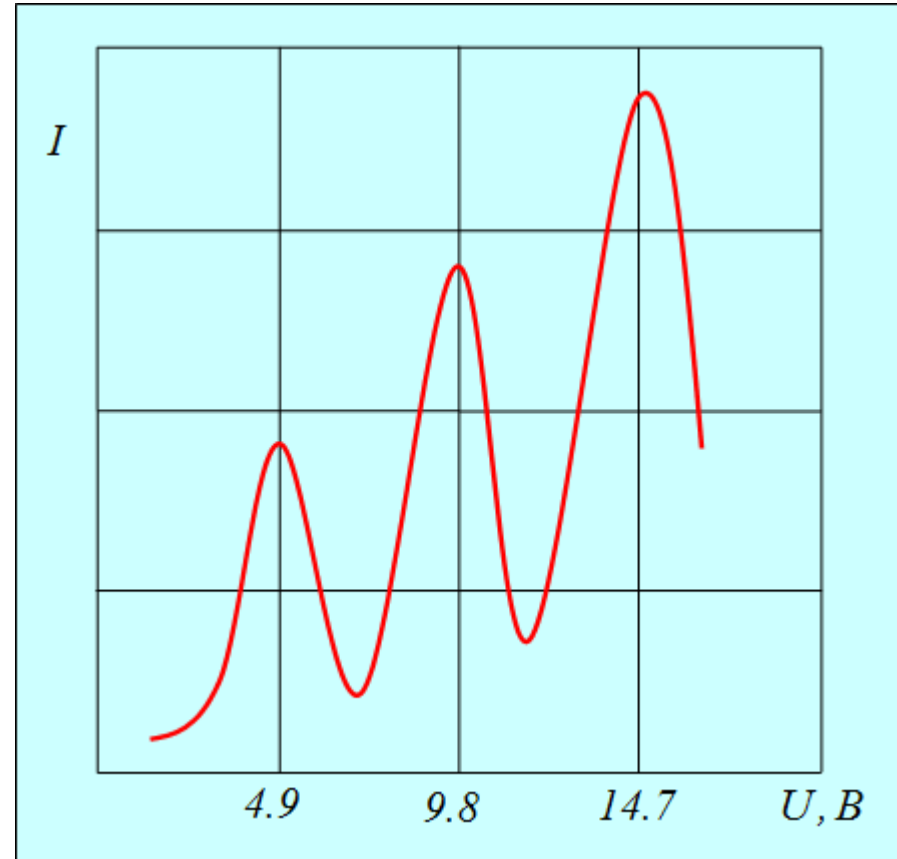
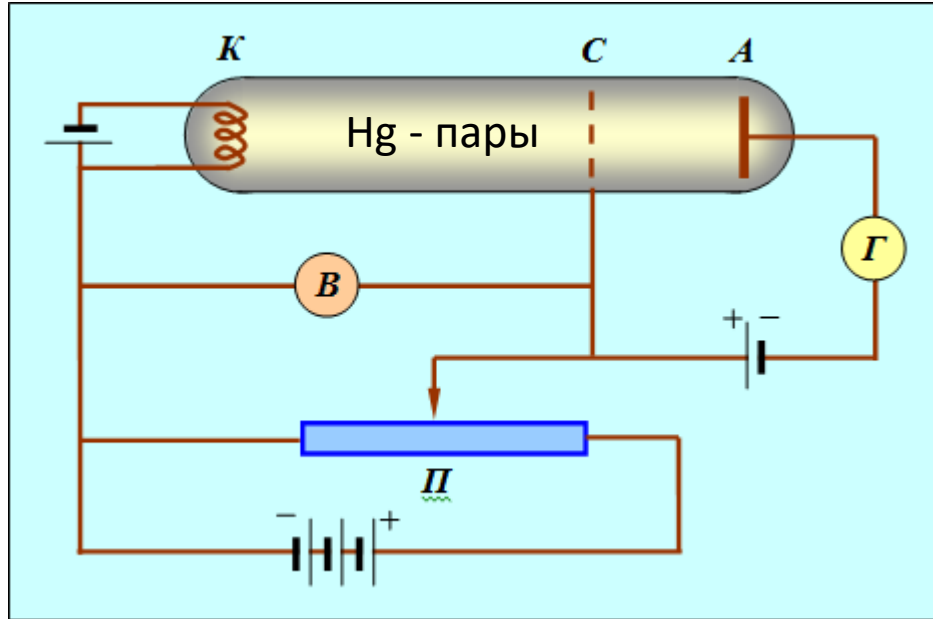
Энергия за вычетом энергии покоя

$$\tilde{E}_n = E_n - m c^2 = -m c^2 \left(1 - \sqrt{1-(\alpha Z/n)^2} \right) \quad \tilde{E}_n \approx -\frac{1}{2} \alpha^2 m c^2 \frac{Z^2}{n^2} - \frac{1}{8} m c^2 (\alpha Z/n)^4 \quad \frac{1}{2} \alpha^2 m c^2 = Ry$$

Водород, основное состояние

$$\delta E_p \approx -\frac{1}{8} m c^2 \alpha^4 = -\frac{1}{4} \alpha^2 Ry \approx -1.8 \cdot 10^{-4} \text{ эВ}$$

Экспериментальное подтверждение дискретности атомных уровней. Опыты Франка и Герца (1925)



Зависимость анодного тока от напряжения между катодом и сеткой

Изотопический сдвиг атомных уровней (конечная масса атомного ядра)

Существуют и другие причины изотопсдвига

До сих пор полагали, что масса ядра бесконечна.

На самом деле $m/m_p \approx 1/1836 \approx 5.4 \cdot 10^{-4}$

$$E_n = -\frac{\mu e^4}{2\hbar^2} \frac{Z^2}{n^2} \approx -Ry \frac{Z^2}{n^2} \left(1 - \frac{m}{M}\right) \quad \mu = mM/(m + M) \approx m(1 - m/M) \quad \text{приведенная масса}$$

Изотопы – одинаковое число протонов, но различное число нейтронов в атомном ядре. Например – водород, дейтерий, тритий $M_D \approx 2m_p$, $M_T \approx 3m_p$.

$$I_D - I_H \approx Ry \left(\frac{m}{m_p} - \frac{m}{2m_p} \right) = Ry \frac{m}{2m_p} \approx 2.7 \cdot 10^{-4} Ry$$
$$I_T - I_H \approx Ry \left(\frac{m}{m_p} - \frac{m}{3m_p} \right) = Ry \frac{2m}{3m_p} \approx 3.6 \cdot 10^{-4} Ry$$

Проблема разделения изотопов

μ - атомы и позитроний

Мюон: $m_\mu \approx 207 m_e$, $\tau_\mu \approx 2.2$ мкс

$$a_\mu = \hbar^2 / m_\mu e^2 = a_0 / 207 \approx 2.5 \cdot 10^{-11} \text{ см} \quad I_\mu = m_\mu e^4 / 2\hbar^2 = 207 \text{ Ry} \approx 2.8 \text{ кэВ}$$

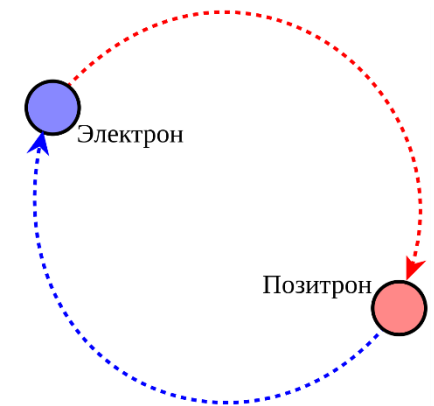
С учетом конечной массы ядра $I_\mu \approx (1 - m_\mu / m_p) \times 207 \text{ Ry} \approx 186 \text{ Ry} \approx 2.5 \text{ кэВ}$

Идея μ – катализа реакции ядерного синтеза (Альварец, 1956)

Позитроний: система $e^- + e^+$

$$\mu = m/2, \quad I = 0.5 \text{ Ry} \approx 6.8 \text{ эВ}$$

Время жизни парепозитрония (S=0) – 0.12 нс, ортопозитрония (S=1) – 140 нс



Экситоны. Экситон Ванье - Мотта

Связанное состояние электрона и дырки в полупроводнике

$$\mu \frac{v^2}{r} = \frac{e^2}{\varepsilon r^2}$$

$$\mu v r = n \hbar, \quad n = 1, 2, 3, \dots$$

$$a_{ex} = \frac{\varepsilon \hbar^2}{\mu e^2} = a_0 \varepsilon \frac{m}{\mu}$$

$$I_{ex} = \frac{\mu e^4}{2 \varepsilon^2 \hbar^2} = \frac{\mu}{\varepsilon^2 m} Ry$$

Например, кремний: $\varepsilon \approx 12, \mu \approx 0.125m$



$$a_{ex} \approx 100 a_0$$

$$I_{ex} = 8.68 \times 10^{-4} Ry \approx 0.018 \text{ эВ}$$

Пределы применимости и ограниченность модели Бора

- Невозможность описать многочастичные системы (многоэлектронные атомы)
- Невозможность описать взаимодействие атомов друг с другом и образование молекул
- Невозможность описать переходы между стационарными состояниями и время жизни возбужденных атомов
- Противоречие самой идее волновой теории: траектория у микрообъекта невозможна вследствие соотношений неопределенности.