

# Атомная физика

Лекция 17

проф. Попов Александр Михайлович

# Недостатки нашей теории взаимодействия света и вещества

Вероятность перехода:  $w_{fi} = \frac{4\pi^2 |d_{fi}|^2}{3c\hbar^2} I_\omega = B_{fi} I_\omega$  - нет внешнего поля, нет перехода!!

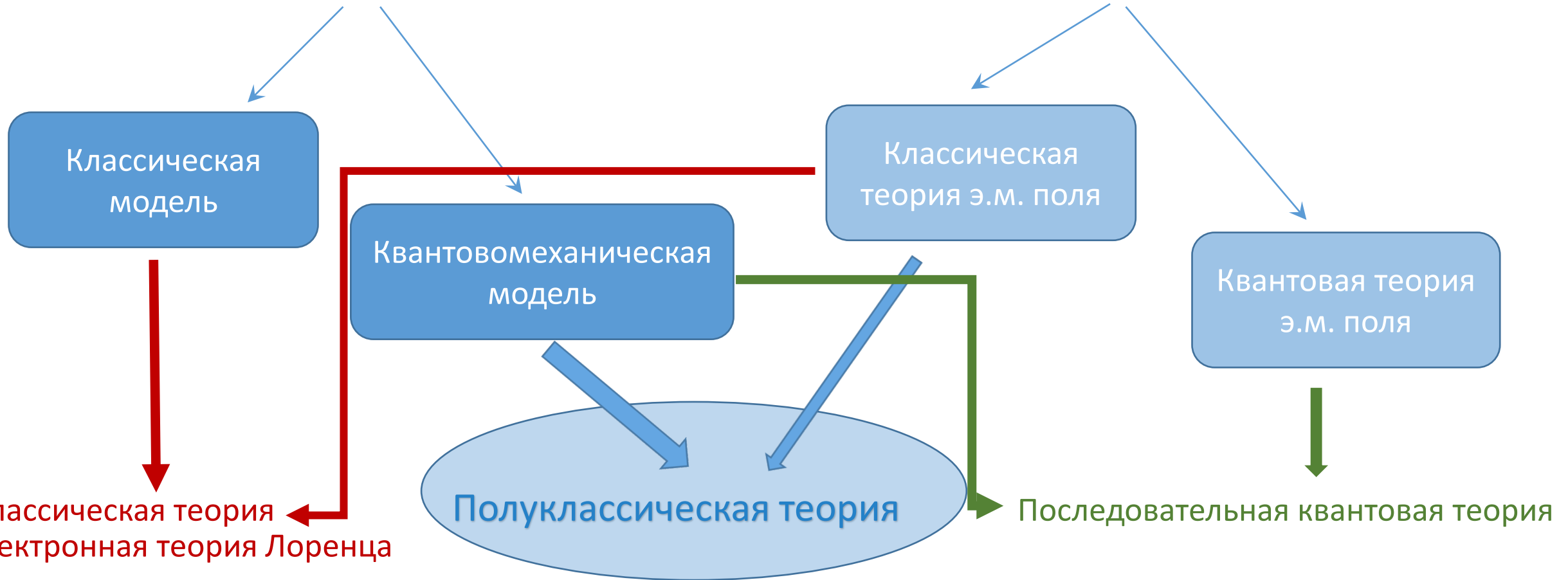
Стационарное состояние  $\psi(\vec{r}, t) = \psi_i(\vec{r}) \exp\left(-\frac{i}{\hbar} E_i t\right)$  и спонтанные переходы

# Недостатки нашей теории взаимодействия света и вещества

Вероятность перехода:  $w_{fi} = \frac{4\pi^2 |d_{fi}|^2}{3c\hbar^2} I_\omega = B_{fi} I_\omega$  - нет внешнего поля, нет перехода!!

- Среда (атом, совокупность атомов)

Электромагнитное поле



**Почти вся современная физика взаимодействия – полуклассическая теория**


# Разложение поля на осцилляторы

Свободное электромагнитное поле

$$\text{rot } \vec{E} = -\frac{1}{c} \frac{\partial \vec{H}}{\partial t}, \quad \text{rot } \vec{H} = \frac{1}{c} \frac{\partial \vec{E}}{\partial t},$$

$$\text{div } \vec{E} = 0, \quad \text{div } \vec{H} = 0.$$

Уравнение для потенциала



$$\nabla^2 \vec{A} - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 \vec{A}}{\partial t^2} = 0$$


**Произвольное состояние поля – совокупность стоячих волн**

$$\vec{A}(\vec{r}, t) = \sum_{k, \lambda} \vec{e}_\lambda a_{k\lambda}(t) \cos(\vec{k}_\lambda \vec{r} + \delta_{k\lambda})$$

$$\frac{d^2 a_{k\lambda}}{dt^2} + \omega_k^2 a_{k\lambda} = 0$$

$$\omega_k = kc$$

$$\varepsilon_{k\lambda} = -\dot{a}_{k\lambda} / c$$



$$\frac{d^2 \varepsilon_{k\lambda}}{dt^2} + \omega_k^2 \varepsilon_{k\lambda} = 0$$

Кулоновская калибровка

$$\text{div } \vec{A} = 0$$

$$\vec{E} = -\frac{1}{c} \frac{\partial \vec{A}}{\partial t} \quad \vec{H} = \text{rot } \vec{A}$$

Полость с зеркальными стенками

$$L > c * T$$

$$\vec{E}(\vec{r}, t), \vec{H}(\vec{r}, t)$$

# Разложение поля на осцилляторы

Уравнения для векторного потенциала в конкретной полевой моде

$$\frac{d^2 a_{k\lambda}}{dt^2} + \omega_k^2 a_{k\lambda} = 0 \quad \xrightarrow{\varepsilon_{k\lambda} = -\dot{a}_{k\lambda} / c} \quad \frac{d^2 \varepsilon_{k\lambda}}{dt^2} + \omega_k^2 \varepsilon_{k\lambda} = 0$$

похоже на координату-импульс

Электрическое и магнитное  
поля

$$\vec{E}(\vec{r}, t) = -\frac{1}{c} \sum_{k,\lambda} \vec{e}_\lambda \dot{a}_{k\lambda}(t) \cos(\vec{k}_\lambda \vec{r} + \delta_{k\lambda}) \quad \vec{H}(\vec{r}, t) = -\sum_{k,\lambda} [\vec{k} \times \vec{e}_\lambda] a_{k\lambda}(t) \sin(\vec{k}_\lambda \vec{r} + \delta_{k\lambda})$$

Энергия

$$W = \int \frac{E^2 + H^2}{8\pi} dV = \frac{L^3}{8\pi c^2} \sum_{k,\lambda} \frac{\dot{a}_{k\lambda}^2 + \omega_k^2 a_{k\lambda}^2}{2}$$

$$\int \cos^2(\vec{k}_\lambda \vec{r}) dV = \int \sin^2(\vec{k}_\lambda \vec{r}) dV = L^3/2$$

$$\int \cos(\vec{k}_\lambda \vec{r}) \cos(\vec{k}'_\lambda \vec{r}) dV = 0$$

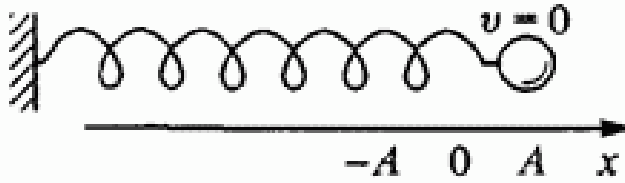
Энергия поля – сумма энергии полевых мод (полевых осцилляторов),  
причем эти осцилляторы не взаимодействуют между собой  
(следствие линейности уравнений Максвелла)

Мод бесконечно много – электромагнитное поле это система с бесконечным числом степеней свободы

# Колебательный контур

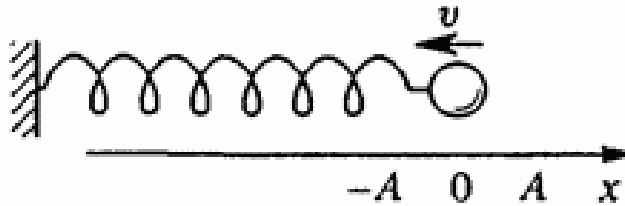
$$E_{\text{п}} = \frac{1}{2} k A^2$$

$$E_{\text{к}} = 0$$



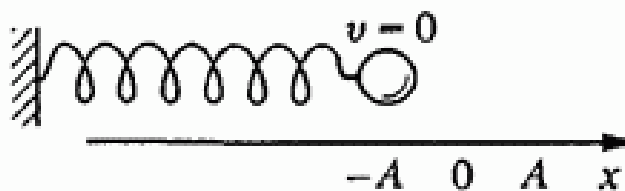
$$E_{\text{п}} = 0$$

$$E_{\text{к}} = \frac{1}{2} m v^2$$



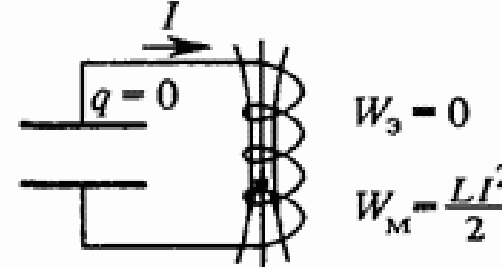
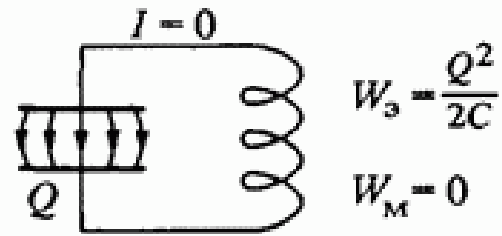
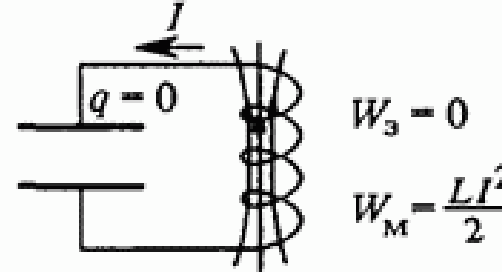
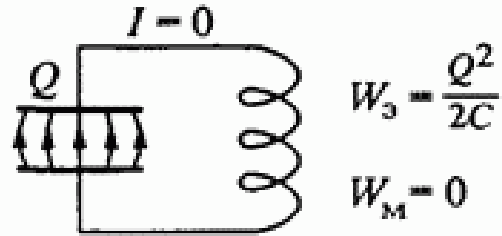
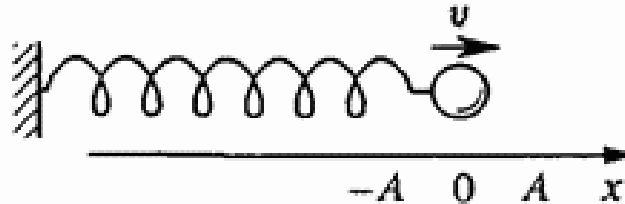
$$E_{\text{п}} = \frac{1}{2} k A^2$$

$$E_{\text{к}} = 0$$



$$E_{\text{п}} = 0$$

$$E_{\text{к}} = \frac{1}{2} m v^2$$



$$H(q, I) = L I^2 / 2 + q^2 / 2C \Leftrightarrow$$

$$H(x, p) = p^2 / 2m + k x^2 / 2$$

$$\hat{H} \psi(x) = E \psi(x) \Leftrightarrow$$

$$\hat{H} \psi(q) = E \psi(q)$$

Насколько реально увидеть квантовые свойства колебательного контура?

# КВАНТОВАЯ ТЕОРИЯ ЭЛЕКТРОМАГНИТНОГО ПОЛЯ И ЕГО ВЗАИМОДЕЙСТВИЯ С ВЕЩЕСТВОМ

Новый (квантовый) подход к проблеме

- 1) Имеется две подсистемы: атом + электромагнитное поле (бесконечное количество полевых мод), **обе рассматриваются как квантовые объекты**
- 2) Эти подсистемы взаимодействуют между собой
- 3) В частности, электромагнитное поле (во всех полевых модах) может находиться в вакуумном состоянии
- 4) **Свободного атома, не взаимодействующего с э.м. полем, не существует.** Когда мы рассматривали строение атома, мы не учли это дополнительное взаимодействие. Найденные состояния строго говоря не являются стационарными.
- 5) Не существует волновой функции свободного атома. Есть единая волновая функция системы «атом + поле»! Говорить о волновой функции атома можно лишь приближенно.
- 6) Взаимодействие атома и поля слабое (?) и его можно рассматривать по теории возмущений.
- 7) Можно ли влиять на взаимодействие квантовой системы с электромагнитным вакуумом?  
Да! Размер и форма полости

# Связь вынужденных и спонтанных переходов. Эйнштейн, 1917



Связь коэффициентов вынужденного и спонтанного переходов

$$B_{fi} = \frac{\pi^2 c^2}{\hbar \omega^3} A_{fi}$$

$$A_{fi} = \frac{4\omega^3}{3\hbar c^3} |d_{fi}|^2$$

Правила отбора сохранились!!



# Спонтанные переходы

Вероятность спонтанного перехода в единицу времени

дипольное приближение

$$A_{fi} = \frac{4\omega_{if}^3}{3\hbar c^3} |d_{fi}|^2$$

$$\tau = A_{fi}^{-1}$$

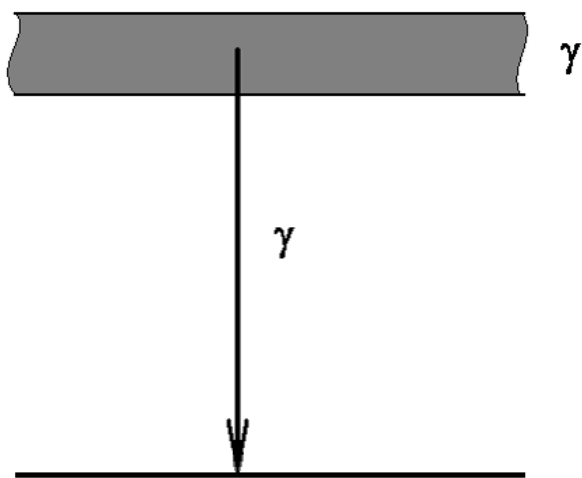
Оценка

$$A \sim \frac{\omega^3}{\hbar c^3} e^2 a_0^2 \sim \left( \frac{2\pi a_0}{\lambda} \right)^3 \frac{1}{\hbar} \frac{e^2}{a_0} \sim \left( \frac{2\pi a_0}{\lambda} \right)^3 \omega_{at} \ll \omega_{at}$$

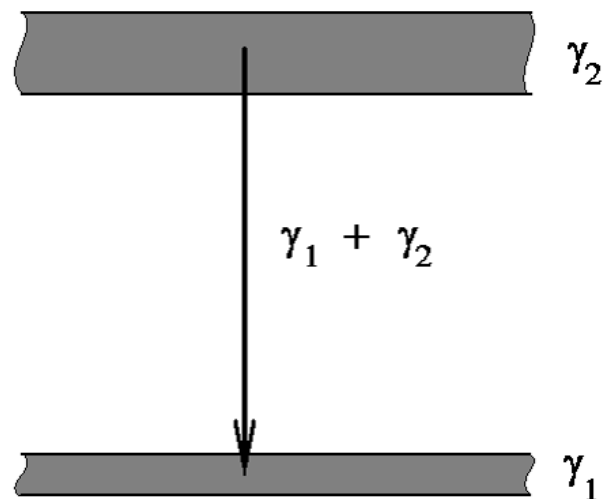
Оценка:

$$\hbar\omega \approx 10 \text{ eV } (L_\alpha - \text{линия}) \longrightarrow A \sim 10^{10} \text{ c}^{-1} \longrightarrow \text{электрон совершает } 10^6 - 10^7 \text{ оборотов}$$

Естественное уширение линий  $\Delta E \cdot \tau \sim \hbar \Rightarrow \Delta E \sim \hbar / \tau = \hbar A_{fi}$   $\gamma = \Delta E / \hbar \sim 1 / \tau = A_{fi}$  — ширина уровня



основное состояние



возбужденное состояние

переход в

Пример из физики ядра

$$d \sim eR_N \quad R_N \sim 10^{-13} - 10^{-12} \text{ см}$$

$$\lambda_\gamma \sim 10^{-10} \text{ см} \quad \hbar\omega_\gamma \sim 1 \text{ МэВ}$$

$$\tau \sim A^{-1} \sim 10^{-14} - 10^{-16} \text{ с}$$

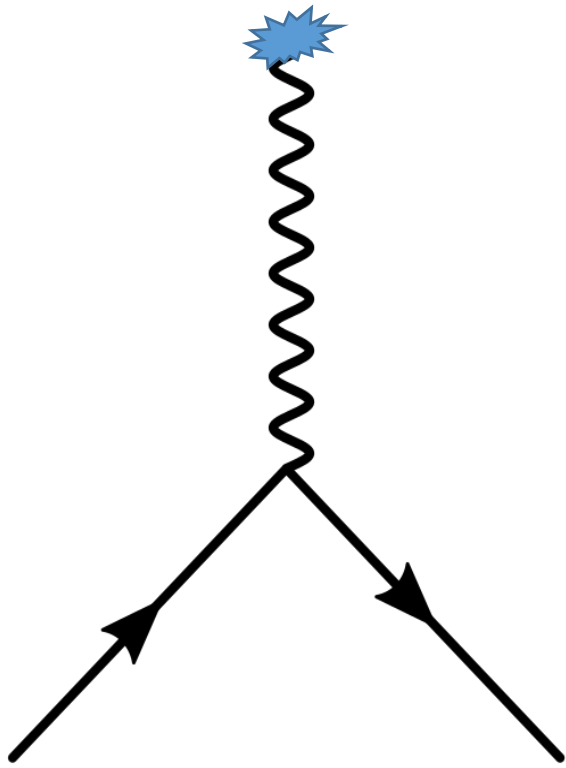
проверить

В радиофизике спонтанных переходов нет

# Некоторые эффекты, обусловленные взаимодействием с электромагнитным вакуумом

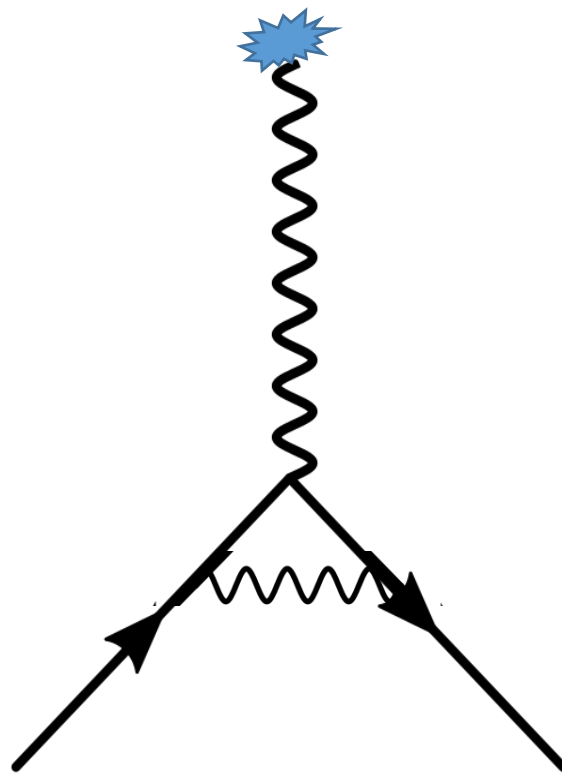
- Спонтанные переходы
- Лэмбовский сдвиг уровней
- Лэмбовский сдвиг и размер протона
- Аномальный магнитный момент электрона
- Стационарный и нестационарный эффекты Казимира

# Диаграммы Фейнмана для лэмбовского сдвига



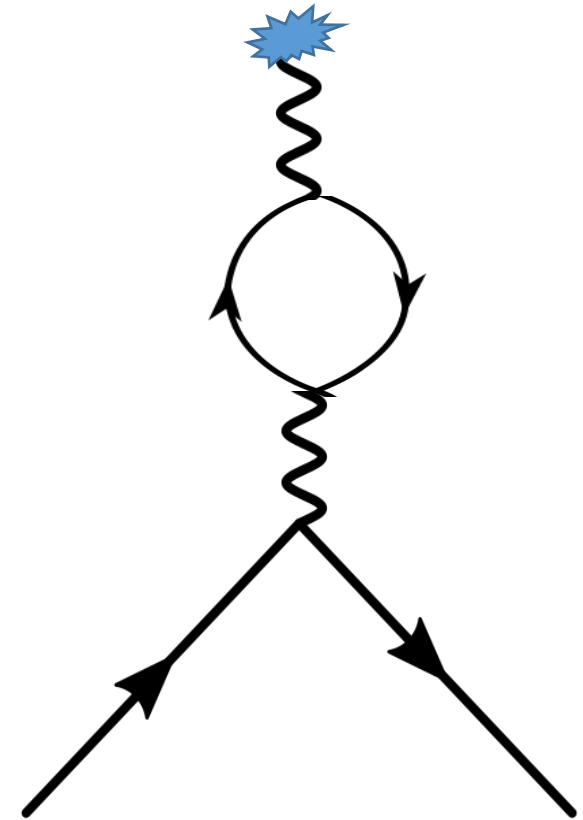
Закон Кулона и  
атом водорода

+



«дрожание» электрона  
на орбите

+



поляризация вакуума

Г. Бете (1947) –  
сдвиг s – состояний в водороде

$$\delta E_{ns} = \frac{8}{3\pi} Z^4 \alpha^3 \frac{1}{n^3} Ry \cdot \ln \frac{2n^2}{Z^2 \alpha^2}$$

# Лэмбовский сдвиг в атоме водорода



Релятивистские эффекты в атоме водорода

Формула тонкой структуры

$$\Delta E_{n\ell} = \frac{\alpha^2 Z^2 E_n}{n} \left( \frac{1}{j+1/2} - \frac{3}{4n} \right) = -\frac{\alpha^2 Z^4 Ry}{n^3} \left( \frac{1}{j+1/2} - \frac{3}{4n} \right)$$

$$E_n = -\frac{Z^2 Ry}{n^2}$$

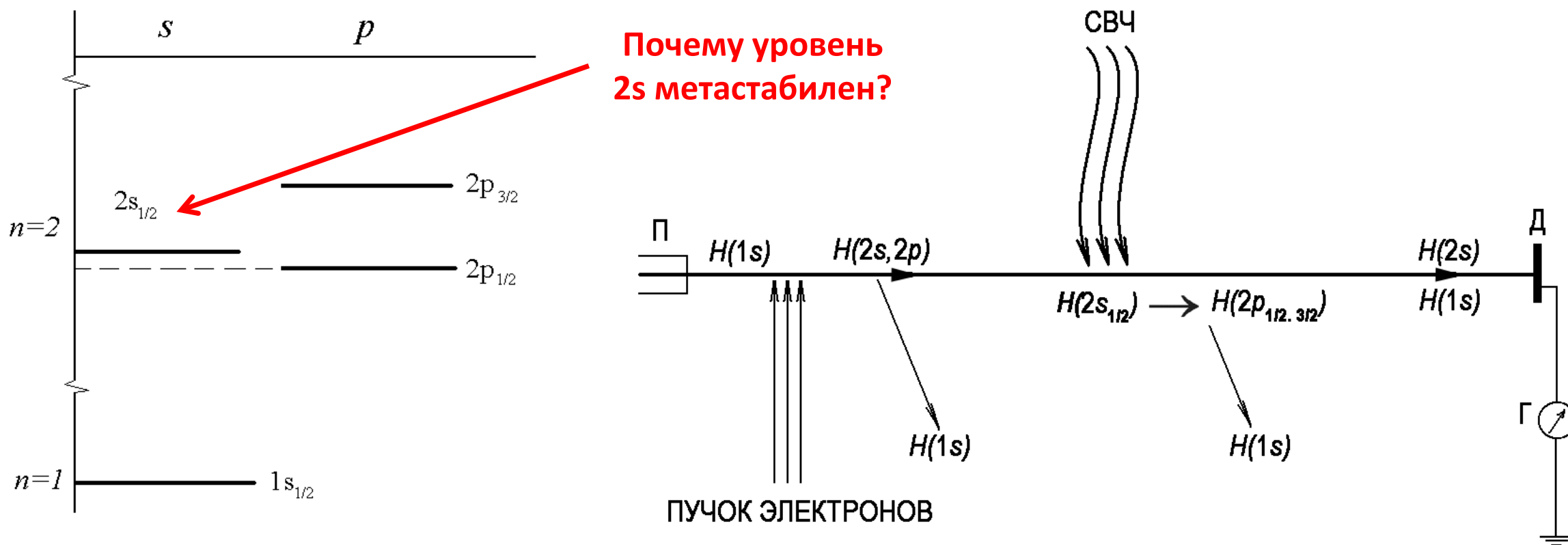
По теории Дирака состояния  $2s_{1/2}$  и  $2p_{1/2}$  остаются вырожденными

На самом деле все s состояния сдвинуты вверх

$$\delta E_{ns} = \frac{8}{3\pi} Z^4 \alpha^3 \frac{1}{n^3} Ry \cdot \ln \frac{2n^2}{Z^2 \alpha^2}$$

# Опыт Лэмба – Ризерфорда (1947)

Положение 2s состояния относительно дублета 2p



$$\delta E(2p_{3/2} - 2p_{1/2}) = \frac{\alpha^2 Ry}{16} \approx 4.5 \cdot 10^{-5} \text{ эВ} \approx 10950 \text{ МГц}$$

$$\delta E(2s_{1/2} - 2p_{1/2}) \approx 1058 \text{ МГц} \Leftarrow \frac{1}{3\pi} \alpha^3 Ry \cdot \ln \frac{8}{\alpha^2}$$

# Опыт Хэнша (1984)

Измерение лэмбовского сдвига  $1s$  состояния атома водорода

Формула Бете:  $\delta E_{1s} \approx 8\delta E_{2s}$

Почему это много труднее??

Двухфотонный переход

$$1s_{1/2} \rightarrow 2s_{1/2} \quad \lambda \approx 2430 \text{ \AA}$$

Очень узкая линия поглощения

Длина волны перехода  $1s_{1/2} \rightarrow 2s_{1/2}$  сравнивалась с длинами волн  $L_\alpha$  и  $H_\beta$  линий, чтобы исключить влияние погрешности измерения постоянной Ридберга на результат

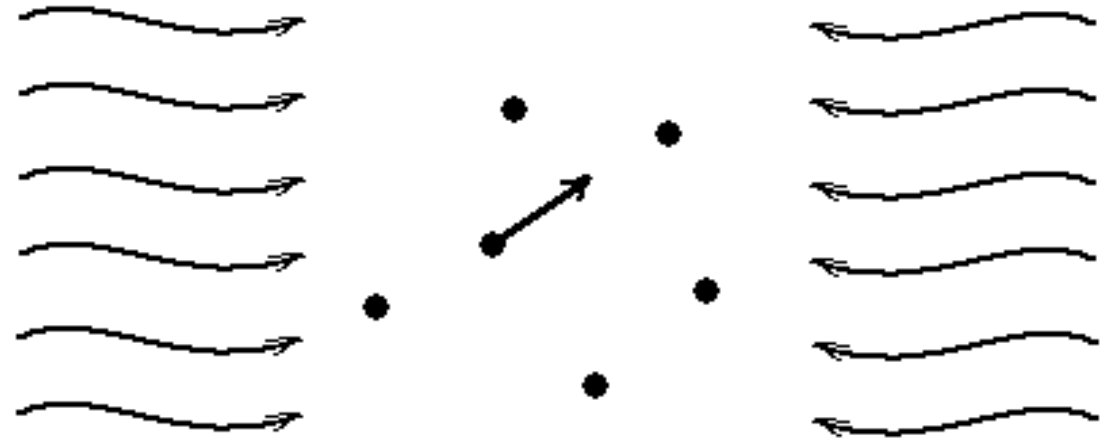
$$\frac{1}{\lambda_{L\alpha}} = R \left( 1 - \frac{1}{2^2} \right) = \frac{3}{4} R \quad \frac{1}{\lambda_{H\beta}} = R \left( \frac{1}{2^2} - \frac{1}{4^2} \right) = \frac{3}{16} R$$

$$\lambda_{H\beta} = 4\lambda_{L\alpha}$$

Лазер на красителе

$\lambda = 4860 \text{ \AA} + \text{вторая гармоника}$

Схема двухфотонной бездоплеровской спектроскопии



$$\hbar\omega\left(1 + \frac{v}{c}\cos\theta\right) + \hbar\omega\left(1 - \frac{v}{c}\cos\theta\right) = 2\hbar\omega = E_{2s} - E_{1s}$$

$$\Delta E_{1s}^{(\text{exp})} = 8161 \pm 29 \text{ МГц}$$

$$\Delta E_{1s}^{(\text{theor})} = 8149.43 \pm 0.08 \text{ МГц}$$

# Спектр водорода

- 1) Конечная масса ядра  $\sim m/M$
- 2) Тонкая структура  $\sim \alpha^2$
- 3) Лэмбовский сдвиг  $\sim \alpha^2 \alpha$
- 4) Сверхтонкая структура  $\sim \alpha^2 (m/M)$
- 5) Конечный размер ядра ????

