



Физический факультет
Московского
государственного университета
имени М.В.Ломоносова

Межфакультетский курс

ФИЗИКА СВЕРХПРОВОДИМОСТИ И ЕЕ ПРИМЕНЕНИЯ

Лекция 6: ЭФФЕКТ ДЖОЗЕФСОНА

Лекторы:

профессор Корнев Виктор Константинович

доцент Колотинский Николай Васильевич



Бозе-конденсат куперовских пар электронов описывается общей волновой функцией Ψ

Уравнение Шрёдингера:

$$i\hbar \frac{\partial \psi}{\partial t} = \hat{H} \psi$$

Стационарное состояние:

$$\frac{\hat{H} \psi}{\psi} = E$$

Если система НЕ находится в переменном внешнем поле, то гамильтониан не зависит явно от времени, тогда возможно разделение переменных:

$$y(x,t) = j(x)f(t) \rightarrow \hat{H}y(x,t) = f(t)\hat{H}j(x)$$

$$\hat{H}j_E(x) = E j_E(x)$$

$$i\hbar \frac{\partial f(t)}{\partial t} = E f(t) \rightarrow f(t) = e^{-i\frac{E}{\hbar}t}$$

$$\psi(\xi, t) = \varphi_E(\xi) \cdot e^{-i\frac{E}{\hbar}t} = |\psi(\xi)e^{i\theta}|$$

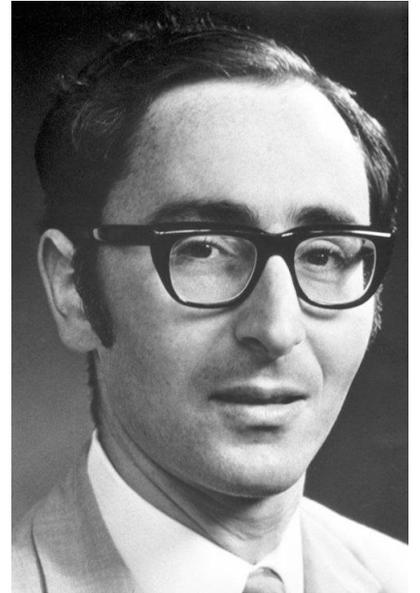


Эффект Джозефсона (1962 г.)

Нобелевская премия 1973 года

«За теоретическое предсказание свойств тока сверхпроводимости, проходящего через туннельный барьер, в частности явлений, обычно называемых эффектом Джозефсона»

for his theoretical predictions of the properties of a supercurrent through a tunnel barrier, in particular those phenomena which are generally known as the Josephson effect



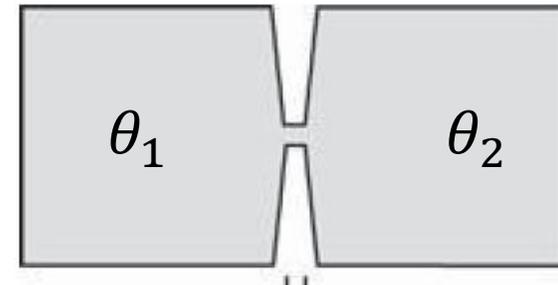
Брайан Джозефсон



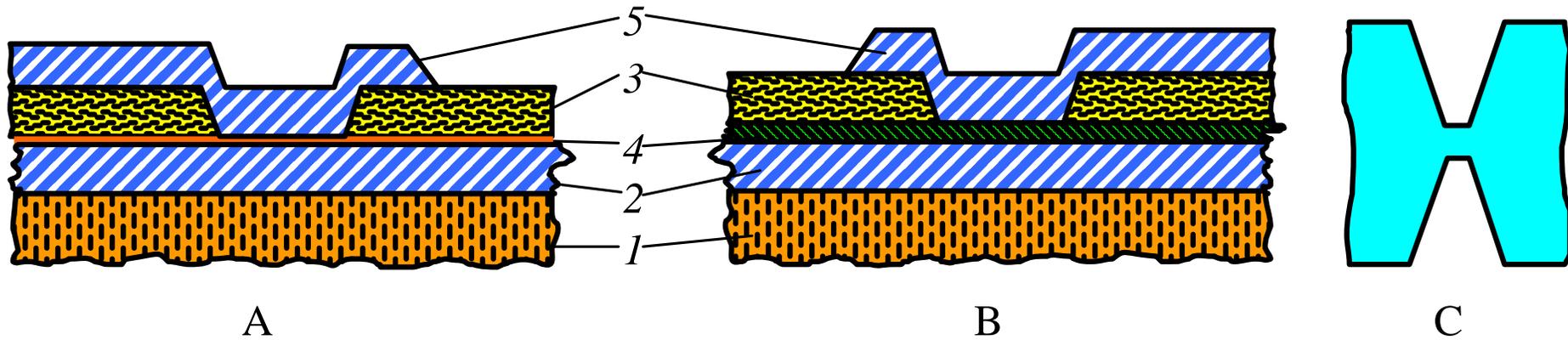
Эффект Джозефсона (1962 г.)

- Возникает в области слабой электрической связи двух сверхпроводников (электродов)
- Волновые функции конденсатов куперовских пар в электродах: $\Psi_1 = |\Psi|e^{i\theta_1}$, $\Psi_2 = |\Psi|e^{i\theta_2}$
- Введем разность фаз волновых функций Бозе-конденсата куперовских пар в электродах, которую принято называть **джозефсоновской фазой**:

$$\varphi = \theta_1 - \theta_2$$



Джозефсоновские переходы. Основные типы пленочных структур



A) – туннельная структура SIS (в разрезе),

(B) - структура типа «сэндвич» с непосредственной проводимостью (SNS),

(C) – структура типа «мостик» (вид сверху).

Обозначение слоев: 1 – диэлектрическая подложка, 2 и 5 – слои сверхпроводников, 3 – слой диэлектрика, 4 – соответственно или слой диэлектрика в структуре SIS, или слой нормального металла в структуре SNS.



Эффект Джозефсона

- Первое уравнение Джозефсона

$$I_s = I_c \sin \varphi$$

I_c - критический ток джозефсоновского перехода

- Второе уравнение Джозефсона

$$i\hbar \frac{\partial \Psi(\xi, t)}{\partial t} = \hat{H} \Psi(\xi, t), \quad \Psi(\xi, t) = |\Psi| e^{i\theta}, \quad H\Psi = E\Psi, \quad -\hbar \frac{\partial \theta}{\partial t} = E$$
$$\hbar \frac{\partial \varphi}{\partial t} = E_2 - E_1 = 2eV$$

$$\frac{d\varphi}{dt} = \frac{2e}{\hbar} V = \frac{2\pi}{\Phi_0} V, \quad \Phi_0 = \frac{h}{2e} \approx 2,07 \cdot 10^{-15} \text{ Вб}$$

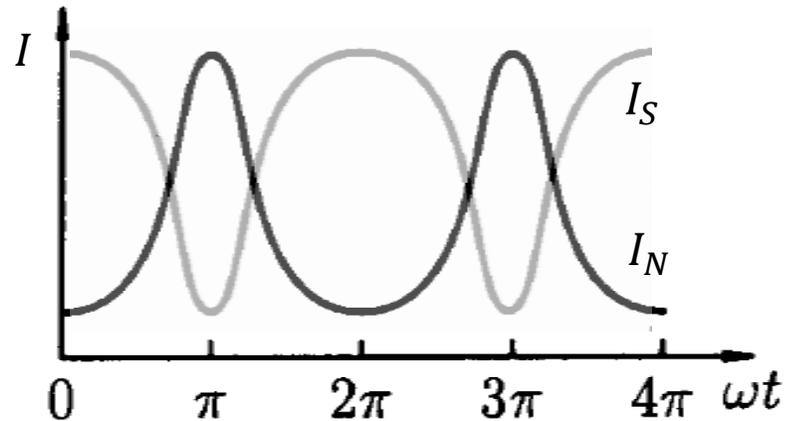


Стационарный эффект Джозефсона

$$I < I_c \rightarrow I = I_S = I_c \sin \varphi, \quad \varphi = \theta_2 - \theta_1$$

Нестационарный эффект Джозефсона

$$I > I_c \rightarrow I = I_S + I_N \quad (I = I_S + I_N + I_D)$$



$$\bar{V} = \frac{\hbar}{2e} \Omega$$

Ω – частота джозефсоновской генерации



Энергия сверхтока джозефсоновского перехода

Для создания сверхпроводящего тока необходимо совершить работу. Согласно первому уравнению Лондонов, $dj_s/dt = (\mu_0\lambda^2)^{-1}E$.

Тогда работа по созданию сверхпроводящего тока через JJ :

$$W = \int_0^t (V \cdot I) dt = \int_0^t \frac{\hbar}{2e} \frac{d\varphi}{dt} I_c \sin\varphi dt = E_c \int_0^\varphi \sin\varphi d\varphi = E_c(1 - \cos\varphi), \quad E_c = \frac{\hbar I_c}{2e} = \frac{\Phi_0 I_c}{2\pi}$$

НЕЛИНЕЙНАЯ ИНДУКТИВНОСТЬ



Кинетическая энергия носителей сверхтока (куперовских пар электронов)

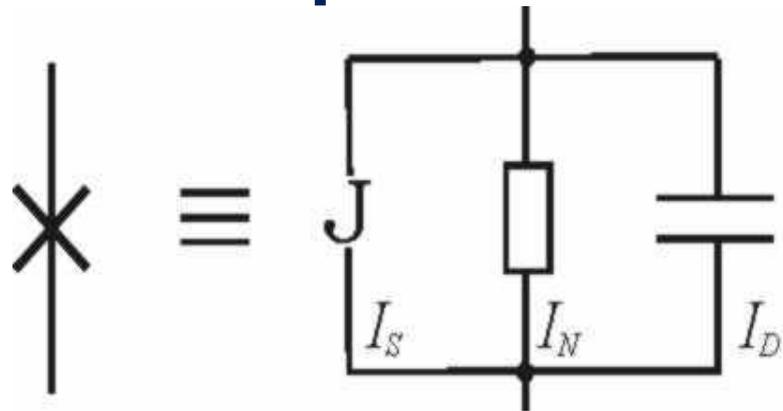
Дифференциальная индуктивность (малый сигнал)

$$I = \bar{I} + I_a e^{i\omega t} = I_c \sin(\bar{\varphi} + \tilde{\varphi}) = I_c \sin(\bar{\varphi}) + I_c \cos(\bar{\varphi}) \cdot \tilde{\varphi}$$

$$V = V_a e^{i\omega t} = \frac{\Phi_0}{2\pi} \frac{d\varphi}{dt} \rightarrow \varphi = \bar{\varphi} + \tilde{\varphi} = \bar{\varphi} + \frac{2\pi}{\Phi_0} \frac{V_a}{i\omega} e^{i\omega t} \rightarrow I_a = \frac{I_c \cos(\bar{\varphi})}{i\omega(\Phi_0/2\pi)} V_a \quad \boxed{L_d = \frac{\Phi_0/(2\pi I_c)}{\cos(\bar{\varphi})}}$$



Компоненты тока через джозефсоновский переход



$$I = I_S + I_N + I_D + I_F$$

сверхток нормальный ток емкостной ток флуктуационный ток

Резистивная модель (RSJ, RSCJ)

$$I_S = I_c \sin(\varphi), \quad V = I_N R_N, \quad R_N = \text{const}$$



Использование нормированных величин

- Ток: $i = I/I_C$, I_C – критический ток перехода
- Напряжение: $v = v/V_C$, V_C – характерное напряжение
- Частота: $\omega = \Omega/\Omega_C$, $\Omega_C = \frac{2\pi V_C}{\Phi_0}$ – характерная частота
- Время: $\tau = t/\tau_c$, $\tau_c = 1/\Omega_C$ – характерное время

Уравнения в нормированных величинах

- $C \neq 0$: $\beta \ddot{\varphi} + \dot{\varphi} + \sin \varphi = i$ *только численное решение*

$\beta = (2\pi/\Phi_0)I_C R_N^2 C$ – параметр Маккамбера

- $C = 0$: $\dot{\varphi} + \sin \varphi = i$ *аналитическое решение*

$$v(t) = \dot{\varphi} = \frac{\bar{v}}{1 - \cos(\bar{v}t)}$$

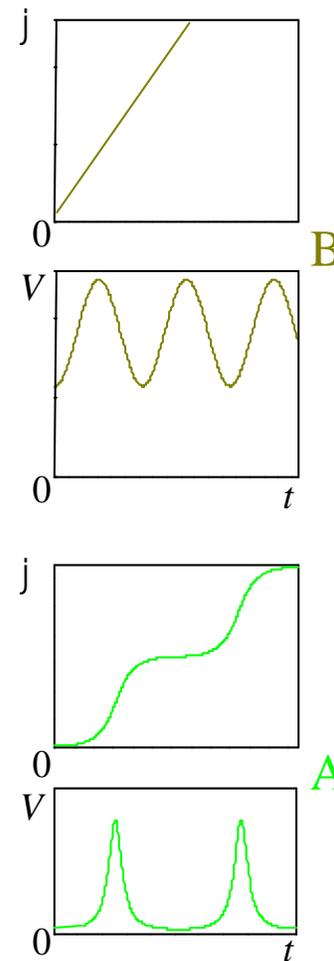
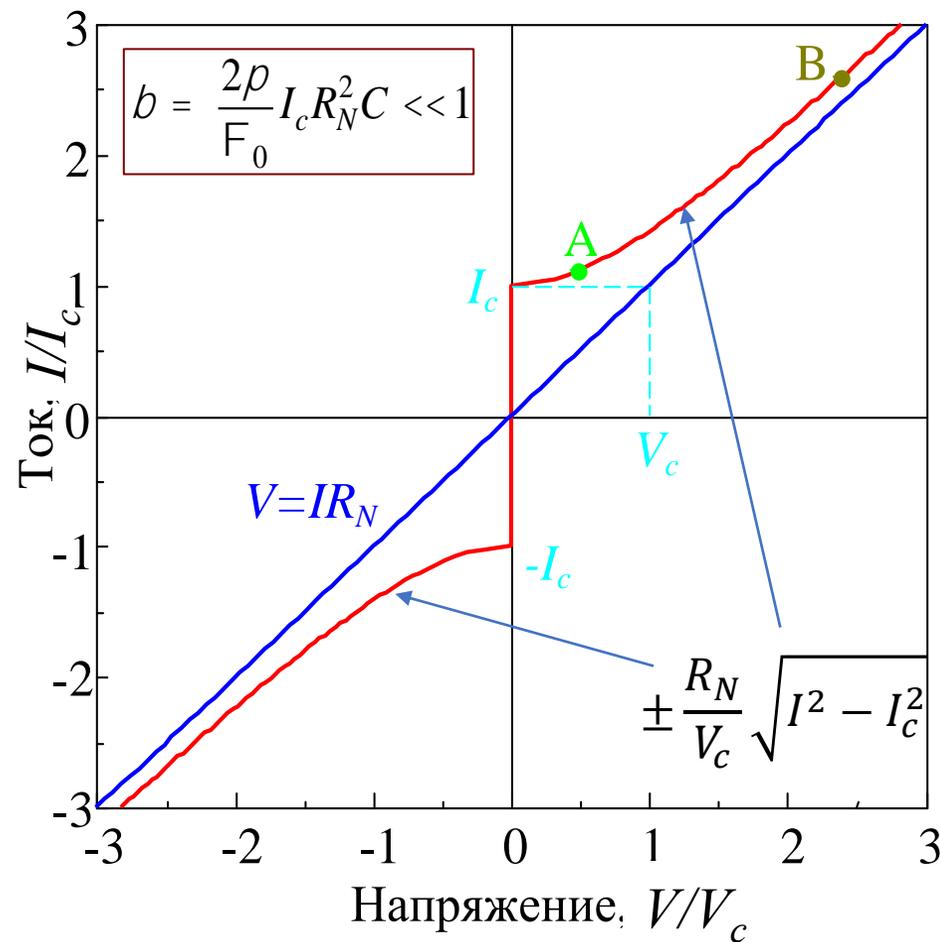
ВАХ (IV-curve):

$$\bar{v} = 0, \quad i < 1$$
$$\bar{v} = \sqrt{i^2 - 1}, \quad i > 1$$
$$\omega = \bar{v}$$

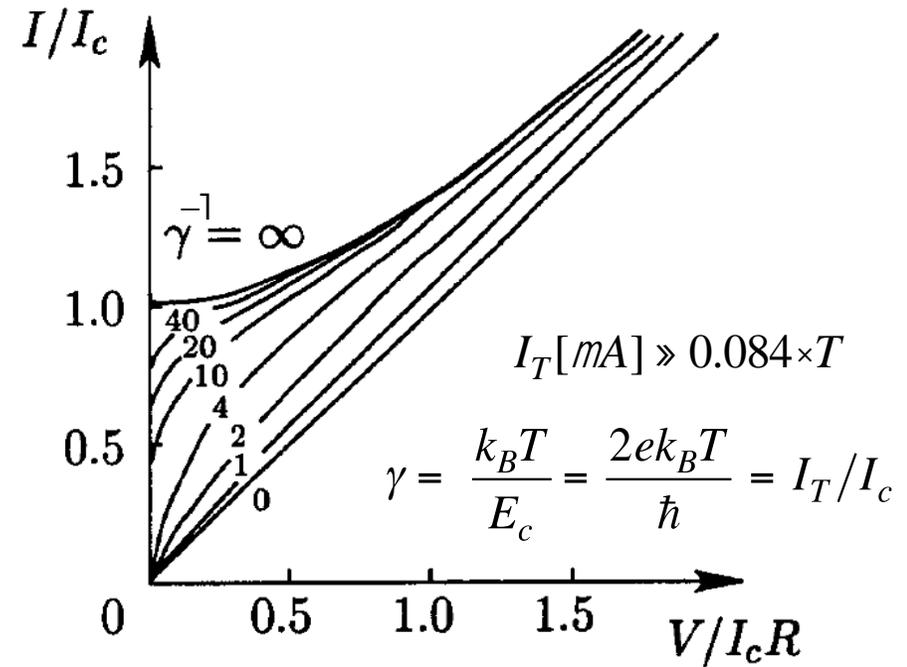
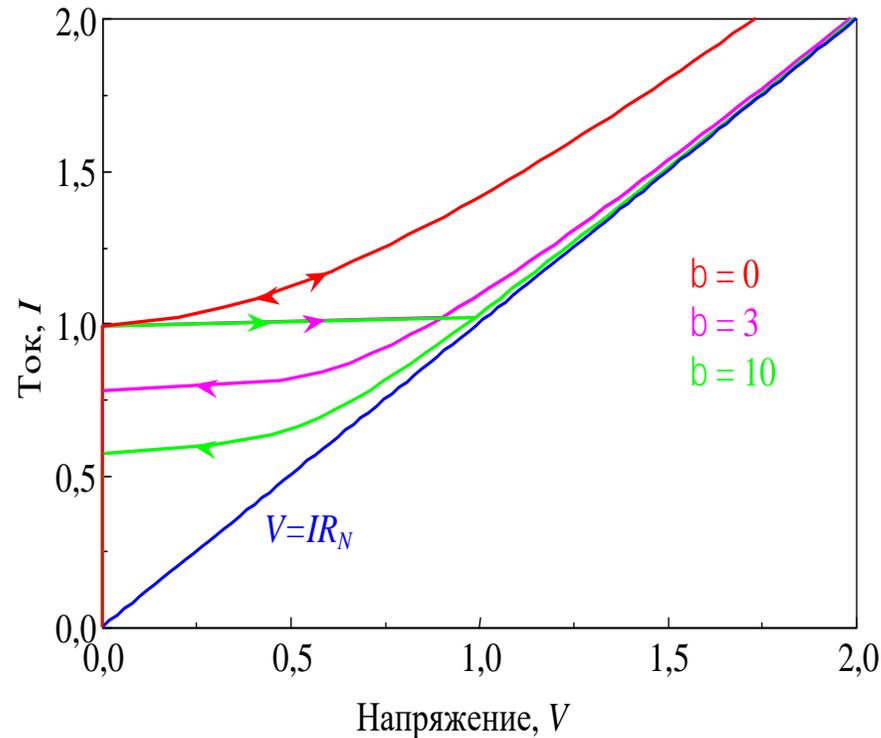




ВАХ в рамках резистивной модели с пренебрежимо малой емкостью ($\beta=0$)



Влияние тепловых флуктуаций и емкости джозефсоновского перехода

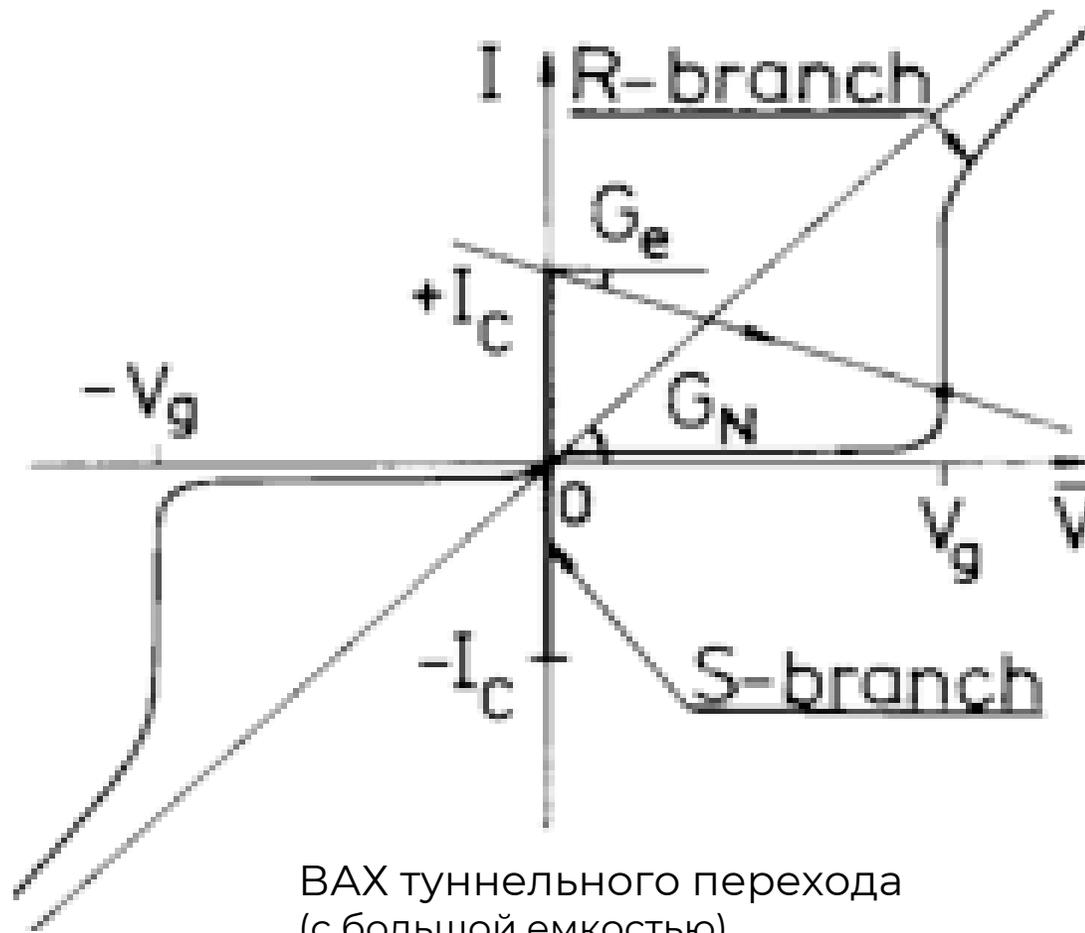




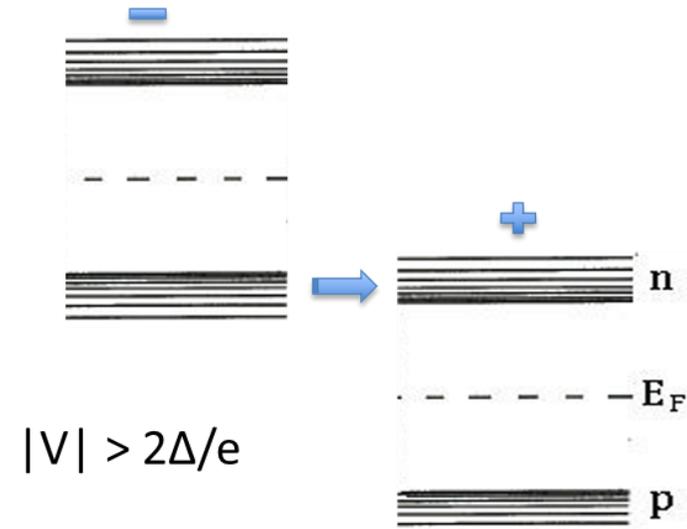
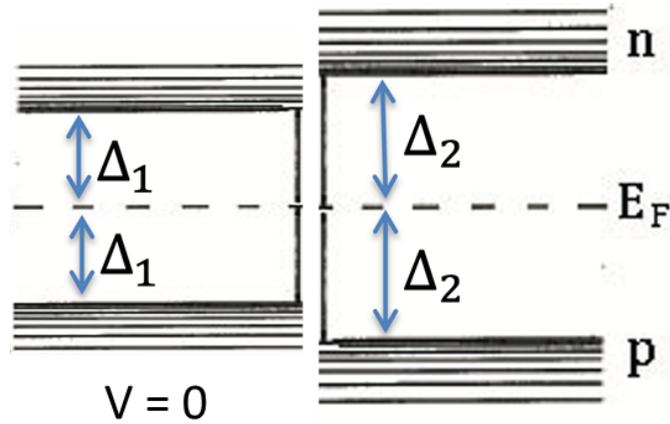
Туннельный джозефсоновский переход

На практике туннельный JJ шунтируется резистором, что приводит к резистивной модели:

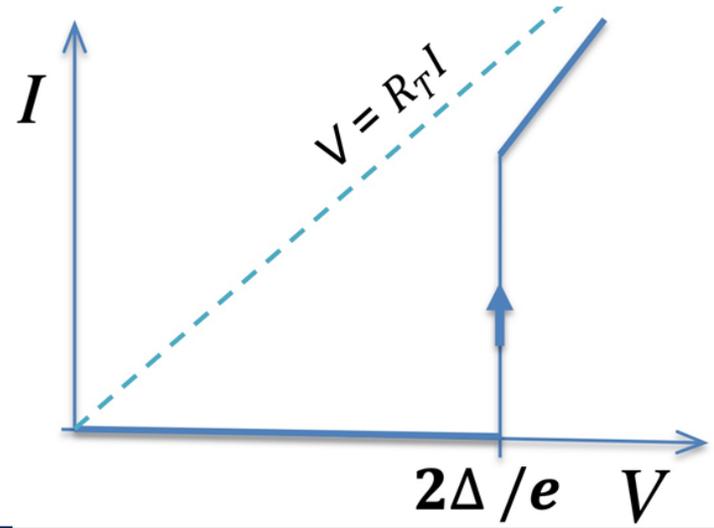
$$R_N = R_S,$$
$$V_C = I_C R_S \rightarrow \beta = \frac{2\pi}{\Phi_0} I_C R_S^2 C < 1$$



Туннелирование квазичастиц в S – I – S структуре



Туннельный ток квазичастиц



Сверхпроводящий ток в эффекте Джозефсона:

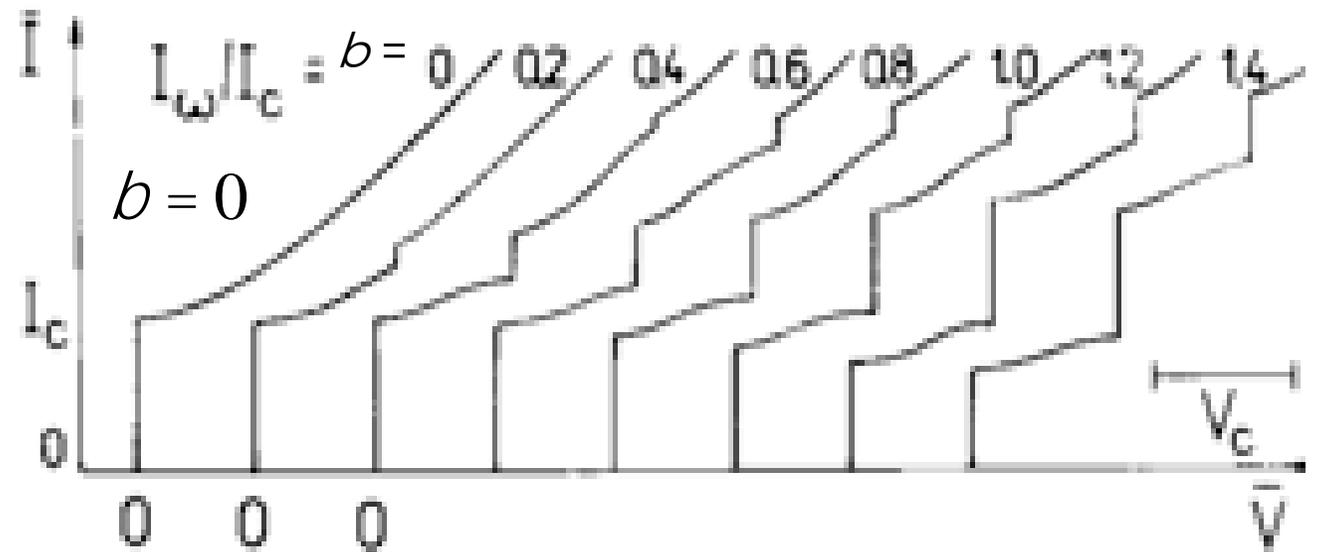
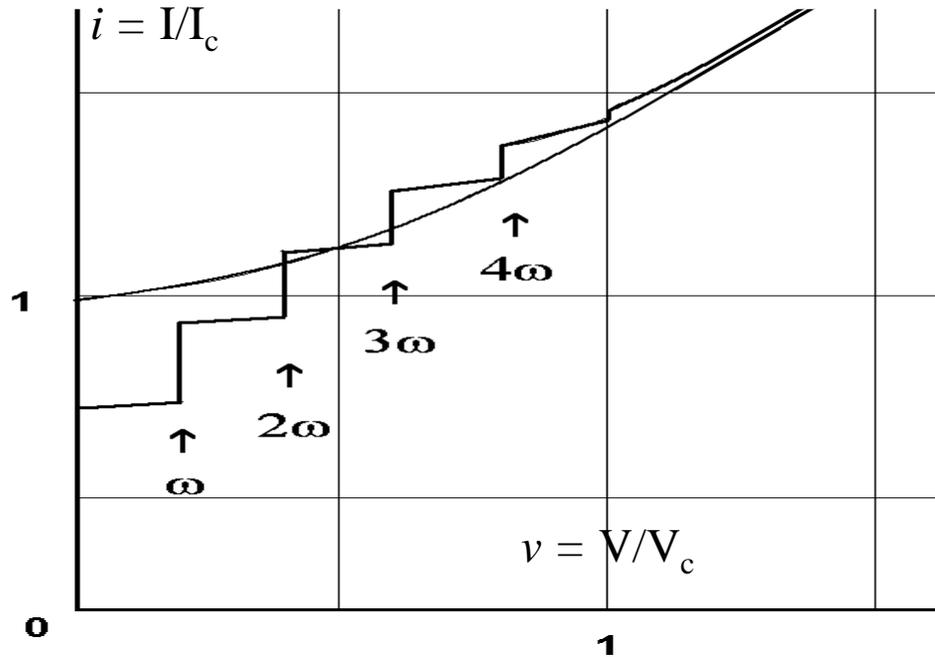
Туннелирование куперовских пар (сверхпроводящий ток) в джозефсоновском переходе описывается туннелированием волнового поля (волновой функции конденсата куперовских пар)



Ступени Шапиро.

Захват частоты джозефсоновской генерации
внешним сигналом.

$$\beta \ddot{\varphi} + \dot{\varphi} + \sin \varphi = i + b \cos pt$$





Стандарт Вольта с выходным напряжением 1 мВ, 1 В, 10В

Ранее: элементы Вестона (1,018 В) с
точностью $\sim 10^{-6}$

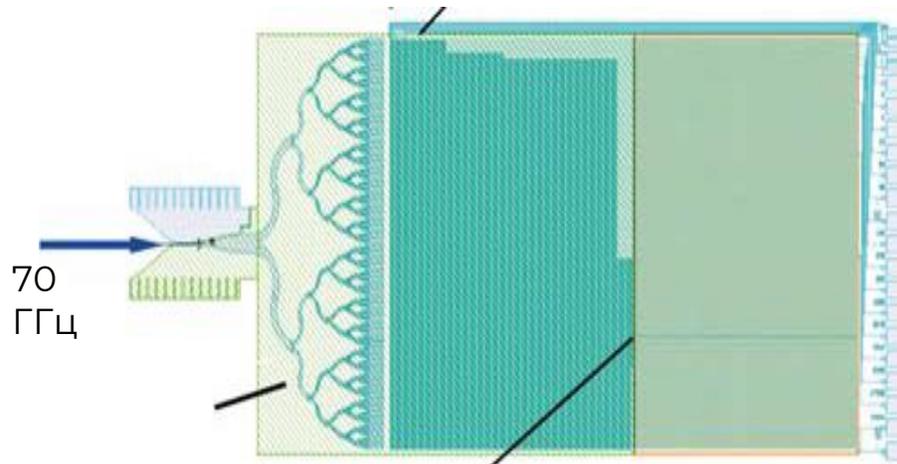
1 мВ – на одном JJ (точность 10^{-7} –
 10^{-8})

1 В – на цепочке из 1500 JJ
(точность 10^{-10})

10 В – на цепочке из 15000 JJ

Точность эффекта Джозефсона
(эксп.) – не менее 10^{-16}

Ступени Шапиро на ВАХ под
воздействием СВЧ сигнала



Стандарт Вольта (24x10
мм²) с выходным
напряжением $V=10$ В
(изготовленный в PTB,
Germany). Цепочка из 69
632 джозефсоновских
SNS переходов,
встроенных в 128
параллельных микро-
полосковых линий.



Программируемый
джозефсоновский стандарт
Вольта (10 В) и чип в
криоупаковке, разработанный
Национальным институтом
стандартов и технологий
(США)

