Атомная физика

Лекция 17

проф. Попов Александр Михайлович

Недостатки нашей теории взаимодействия света и вещества

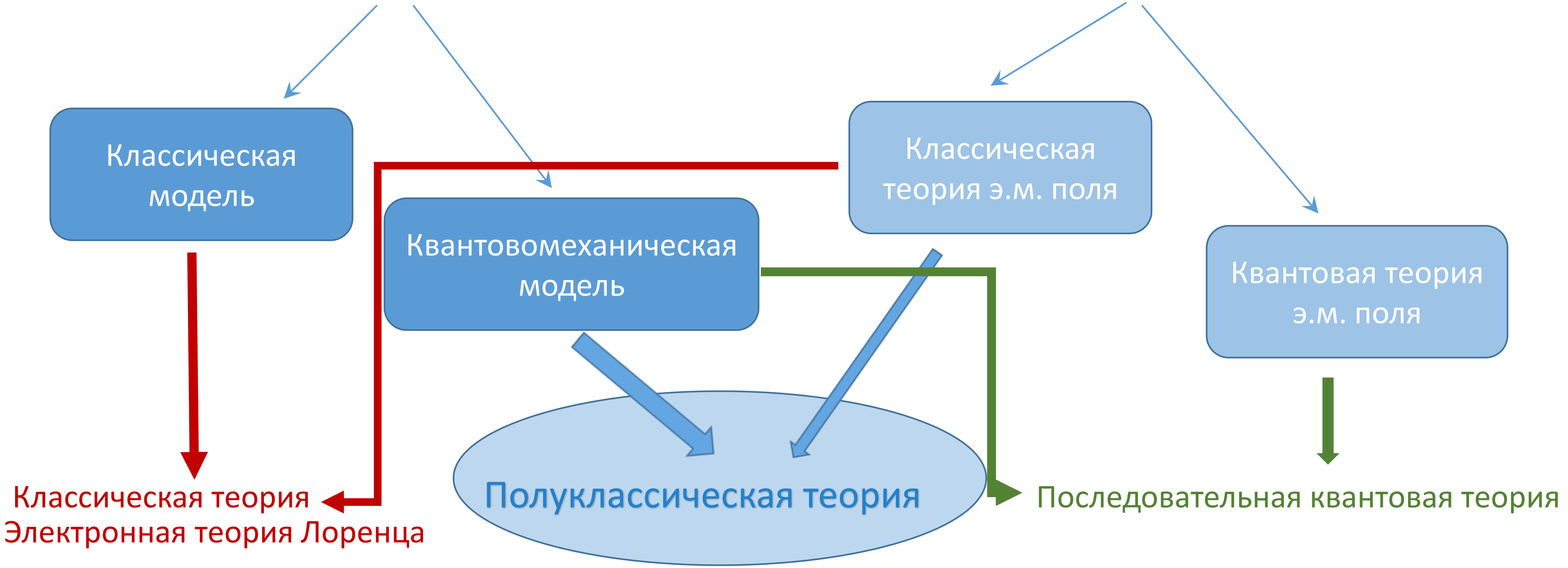
Вероятность перехода: $w_{fi} = \frac{4\pi^2 |d_{fi}|^2}{3c\hbar^2} I_\omega = B_{fi} I_\omega$ - нет внешнего поля, нет перехода!!

Стационарное состояние $\psi(\vec{r},t) = \psi_i(\vec{r}) \exp\left(-\frac{i}{\hbar} E_i t\right)$ и спонтанные переходы

Недостатки нашей теории взаимодействия света и вещества

Вероятность перехода: $w_{fi} = \dfrac{4\pi^2 \left|d_{fi}\right|^2}{3c\hbar^2} I_\omega = B_{fi} I_\omega$ - нет внешнего поля, нет перехода!!

- *Среда (атом, совокупность атомов)* *Электромагнитное поле*



Почти вся современная физика взаимодействия – полуклассическая теория

Разложение поля на осцилляторы

Свободное электромагнитное поле

$$rot\,\vec{E} = -\frac{1}{c}\frac{\partial \vec{H}}{\partial t}, \quad rot\,\vec{H} = \frac{1}{c}\frac{\partial \vec{E}}{\partial t},$$

$$div\,\vec{E} = 0, \quad div\,\vec{H} = 0.$$

Кулоновская калибровка

$$div\,\vec{A} = 0$$

$$\vec{E} = -\frac{1}{c}\frac{\partial \vec{A}}{\partial t} \qquad \vec{H} = rot\,\vec{A}$$

Уравнение для потенциала

$$\nabla^2 \vec{A} - \frac{1}{c^2}\frac{\partial^2 \vec{A}}{\partial t^2} = 0$$

Полость с зеркальными стенками

$$L > c*T$$

$$\vec{E}(\vec{r},t), \vec{H}(\vec{r},t)$$

Произвольное состояние поля – совокупность стоячих волн

$$\vec{A}(\vec{r},t) = \sum_{k,\lambda} \vec{e}_\lambda a_{k\lambda}(t)\cos(\vec{k}_\lambda \vec{r} + \delta_{k\lambda})$$

$$\frac{d^2 a_{k\lambda}}{dt^2} + \omega_k^2 a_{k\lambda} = 0$$

$$\omega_k = kc$$

$$\xrightarrow{\varepsilon_{k\lambda} = -\dot{a}_{k\lambda}/c}$$

$$\frac{d^2 \varepsilon_{k\lambda}}{dt^2} + \omega_k^2 \varepsilon_{k\lambda} = 0$$

Разложение поля на осцилляторы

Уравнения для векторного потенциала в конкретной полевой моде

$$\frac{d^2 a_{k\lambda}}{dt^2} + \omega_k^2 a_{k\lambda} = 0 \quad \xrightarrow{\varepsilon_{k\lambda} = -\dot{a}_{k\lambda}/c} \quad \frac{d^2 \varepsilon_{k\lambda}}{dt^2} + \omega_k^2 \varepsilon_{k\lambda} = 0$$

похоже на координату-импульс

Электрическое и магнитное поля

$$\vec{\mathrm{E}}(\vec{r},t) = -\frac{1}{c}\sum_{k,\lambda} \vec{e}_\lambda \dot{a}_{k\lambda}(t)\cos(\vec{k}_\lambda \vec{r} + \delta_{k\lambda}) \qquad \vec{\mathrm{H}}(\vec{r},t) = -\sum_{k,\lambda} \left[\vec{k} \times \vec{e}_\lambda\right] a_{k\lambda}(t)\sin(\vec{k}_\lambda \vec{r} + \delta_{k\lambda})$$

Энергия

$$W = \int \frac{\mathrm{E}^2 + \mathrm{H}^2}{8\pi} dV = \frac{L^3}{8\pi c^2} \sum_{k,\lambda} \frac{\dot{a}_{k\lambda}^2 + \omega_k^2 a_{k\lambda}^2}{2}$$

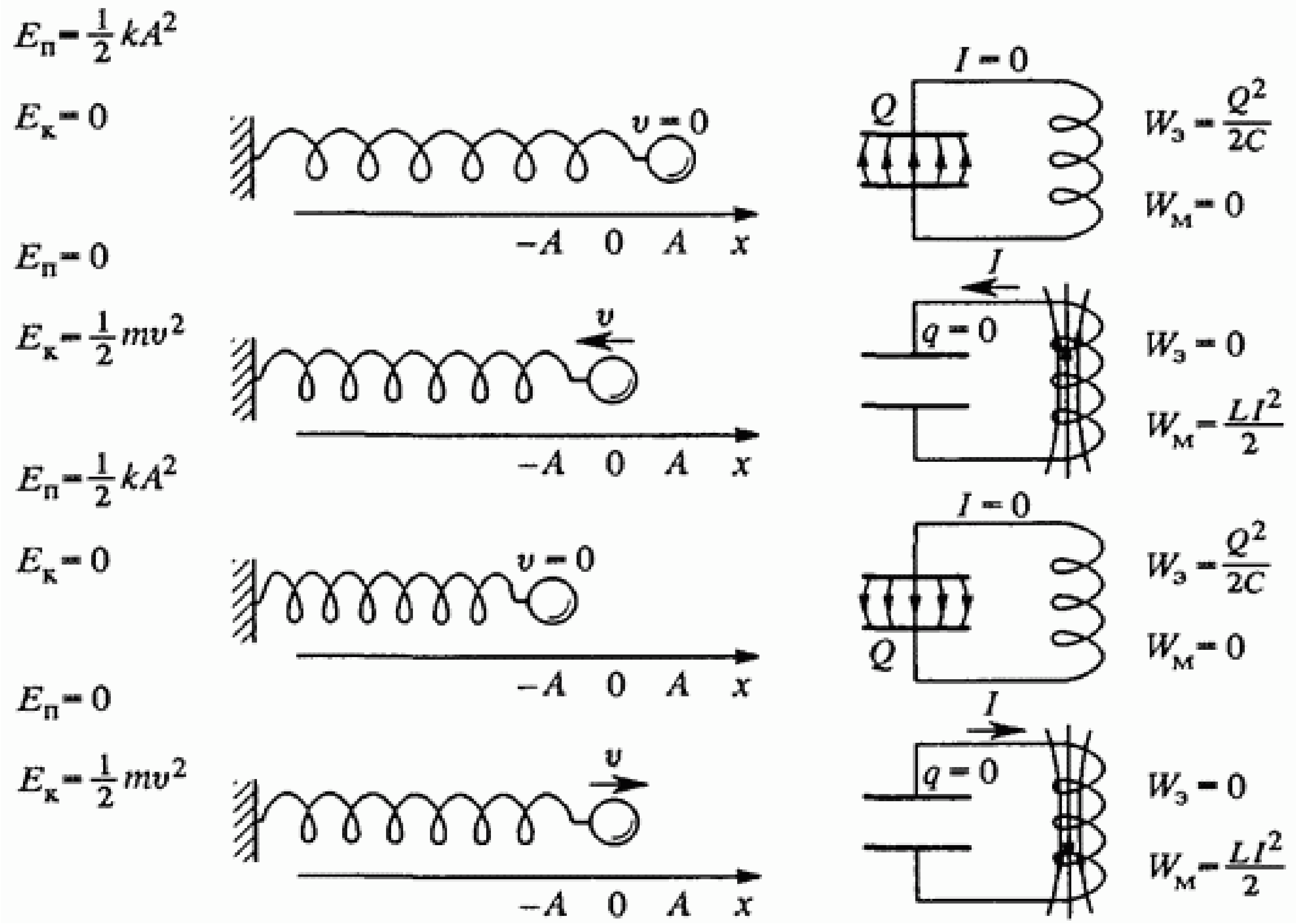
$$\int \cos^2(\vec{k}_\lambda \vec{r}) dV = \int \sin^2(\vec{k}_\lambda \vec{r}) dV = L^3/2$$

$$\int \cos(\vec{k}_\lambda \vec{r}) \cos(\vec{k}'_{\lambda'} \vec{r}) dV = 0$$

Энергия поля – сумма энергии полевых мод (полевых осцилляторов), причем эти осцилляторы не взаимодействуют между собой (следствие линейности уравнений Максвелла)

Мод бесконечно много – электромагнитное поле это система с бесконечным числом степеней свободы

Колебательный контур



$$H(q, I) = LI^2/2 + q^2/2C \Leftrightarrow$$
$$H(x, p) = p^2/2m + kx^2/2$$

$$\hat{H}\psi(x) = E\psi(x) \Leftrightarrow$$
$$\hat{H}\psi(q) = E\psi(q)$$

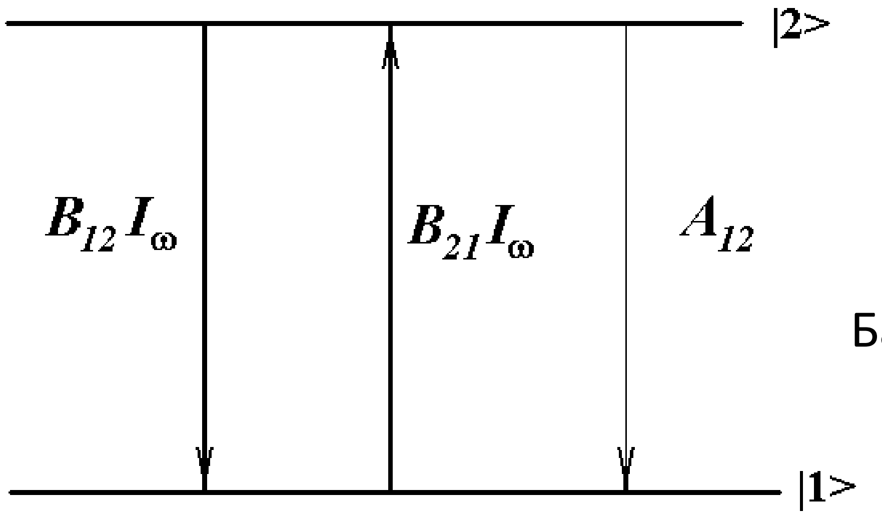
Насколько реально увидеть квантовые свойства колебательного контура?

КВАНТОВАЯ ТЕОРИЯ ЭЛЕКТРОМАГНИТНОГО ПОЛЯ И ЕГО ВЗАИМОДЕЙСТВИЯ С ВЕЩЕСТВОМ

Новый (квантовый) подход к проблеме

1) Имеется две подсистемы: атом + электромагнитное поле (бесконечное количество полевых мод), **обе рассматриваются как квантовые объекты**
2) Эти подсистемы взаимодействуют между собой
3) В частности, электромагнитное поле (во всех полевых модах) может находиться в вакуумном состоянии
4) **Свободного атома, не взаимодействующего с э.м. полем, не существует**. Когда мы рассматривали строение атома, мы не учли это дополнительное взаимодействие. Найденные состояния строго говоря не являются стационарными.
5) Не существует волновой функции свободного атома. Есть единая волновая функция системы «атом + поле»! Говорить о волновой функции атома можно лишь приближенно.
6) Взаимодействие атома и поля слабое (?) и его можно рассматривать по теории возмущений.
7) Можно ли влиять на взаимодействие квантовой системы с электромагнитным вакуумом? Да! Размер и форма полости

Связь вынужденных и спонтанных переходов. Эйнштейн, 1917



$$\rho_\omega = \frac{1}{\pi^2 c^3} \frac{\hbar\omega^3}{\exp(\hbar\omega/k_B T) - 1}$$

$$I_\omega = c\rho_\omega \Rightarrow I_\omega = \frac{1}{\pi^2 c^2} \frac{\hbar\omega^3}{\exp(\hbar\omega/k_B T) - 1}$$

В состоянии ТД равновесия

Баланс в стационарном состоянии

$$N_1 B_{21} I_\omega = N_2 B_{12} I_\omega + N_2 A_{12}$$

$$N_2/N_1 = \exp(-\hbar\omega/k_B T)$$

$$B_{21} = B_{12} \Rightarrow I_\omega = \frac{A_{12}}{B_{12}} \frac{1}{N_2/N_1 - 1}$$

Связь коэффициентов вынужденного и спонтанного переходов

$$B_{fi} = \frac{\pi^2 c^2}{\hbar\omega^3} A_{fi}$$

$$A_{fi} = \frac{4\omega^3}{3\hbar c^3} |d_{fi}|^2$$

Правила отбора сохранились!!

Спонтанные переходы

Вероятность спонтанного перехода в единицу времени

дипольное приближение

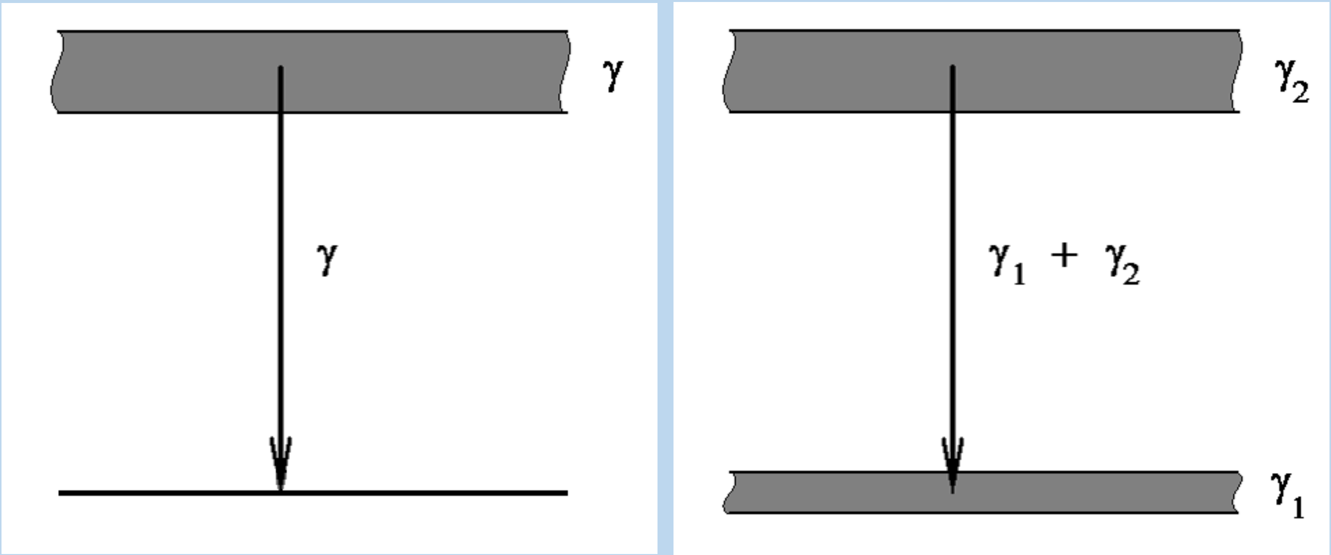
$$A_{fi} = \frac{4\omega_{if}^3}{3\hbar c^3}\left|d_{fi}\right|^2 \qquad \tau = A_{fi}^{-1}$$

Оценка $A \sim \frac{\omega^3}{\hbar c^3} e^2 a_0^2 \sim \left(\frac{2\pi a_0}{\lambda}\right)^3 \frac{1}{\hbar}\frac{e^2}{a_0} \sim \left(\frac{2\pi a_0}{\lambda}\right)^3 \omega_{at} << \omega_{at}$

Оценка:

$\hbar\omega \approx 10\, eV\ (L_\alpha - линия)$ ⟶ $A \sim 10^{10}\ c^{-1}$ ⟶ электрон совершает $10^6 - 10^7$ *оборотов*

Естественное уширение линий $\Delta E \cdot \tau \sim \hbar \Rightarrow \Delta E \sim \hbar/\tau = \hbar A_{fi}$ $\quad \gamma = \Delta E/\hbar \sim 1/\tau = A_{fi} - ширина\ уровня$



основное состояние

переход в возбужденное состояние

Пример из физики ядра

$d \sim eR_N \quad R_N \sim 10^{-13} - 10^{-12}\ см$

$\lambda_\gamma \sim 10^{-10}\ см \qquad \hbar\omega_\gamma \sim 1\, МэВ$

$\tau \sim A^{-1} \sim 10^{-14} - 10^{-16}\ c$

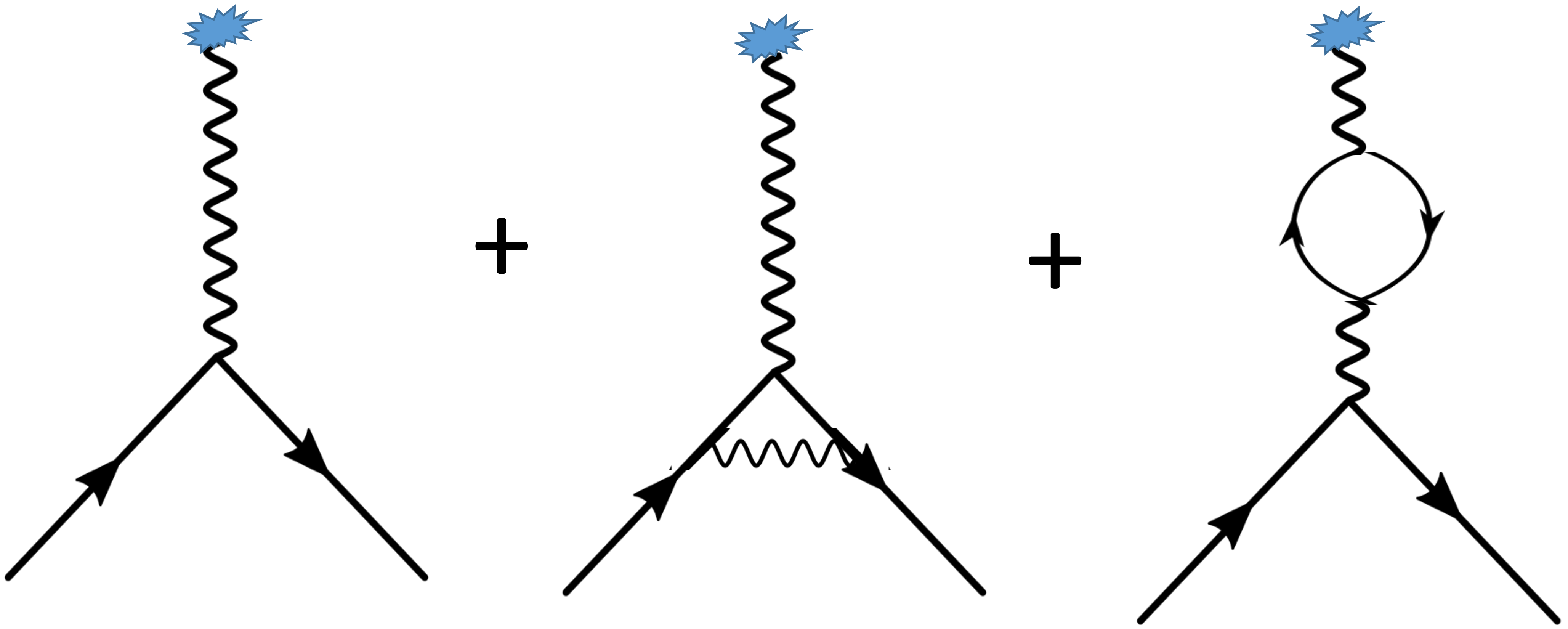
проверить

В радиофизике спонтанных переходов нет

Некоторые эффекты, обусловленные взаимодействием с электромагнитным вакуумом

- Спонтанные переходы
- Лэмбовский сдвиг уровней
- Лэмбовский сдвиг и размер протона
- Аномальный магнитный момент электрона
- Стационарный и нестационарный эффекты Казимира

Диаграммы Фейнмана для лэмбовского сдвига



Закон Кулона и атом водорода

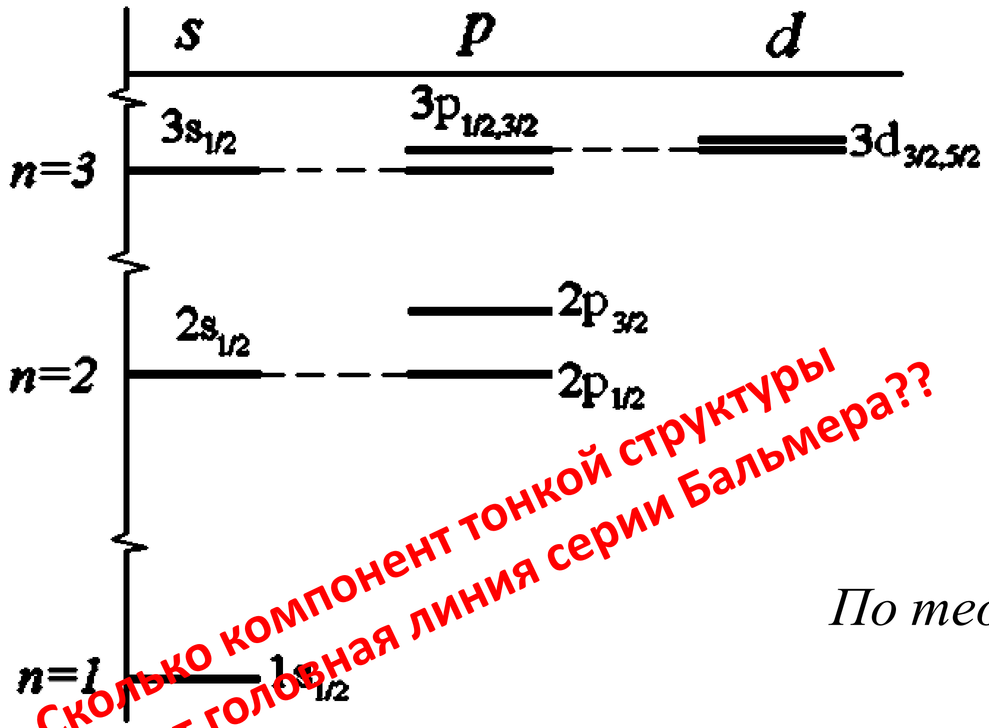
«дрожание» электрона на орбите

поляризация вакуума

Г. Бете (1947) –
сдвиг s – состояний в водороде

$$\delta E_{ns} = \frac{8}{3\pi} Z^4 \alpha^3 \frac{1}{n^3} Ry \cdot \ln \frac{2n^2}{Z^2 \alpha^2}$$

Лэмбовский сдвиг в атоме водорода



Сколько компонент тонкой структуры имеет головная линия серии Бальмера??

Релятивистские эффекты в атоме водорода

Формула тонкой структуры

$$\Delta E_{n\ell} = \frac{\alpha^2 Z^2 E_n}{n}\left(\frac{1}{j+1/2} - \frac{3}{4n}\right) = -\frac{\alpha^2 Z^4 Ry}{n^3}\left(\frac{1}{j+1/2} - \frac{3}{4n}\right)$$

$$E_n = -\frac{Z^2 Ry}{n^2}$$

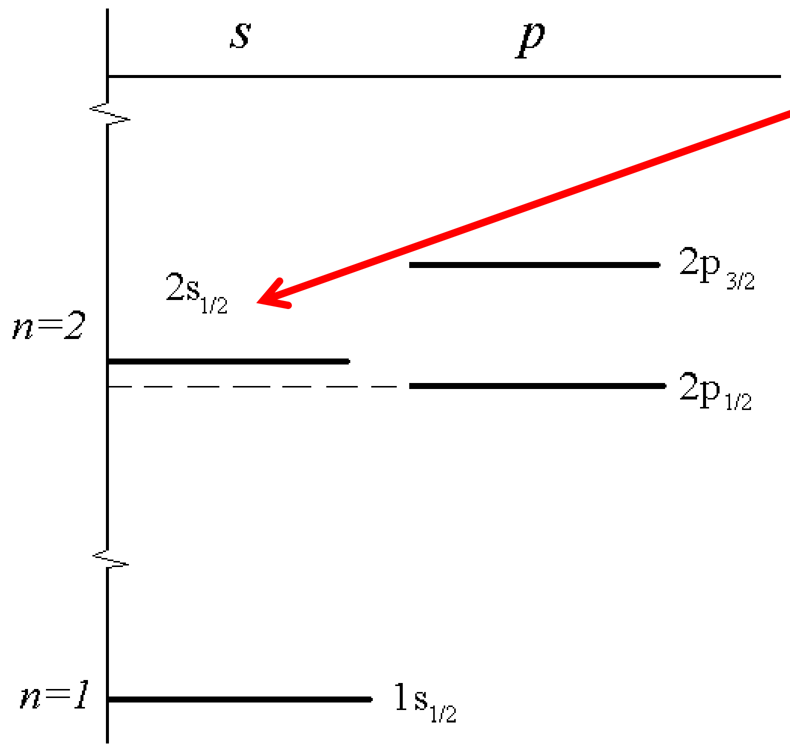
По теории Дирака состояния $2s_{1/2}$ *и* $2p_{1/2}$ *остаются вырожденными*

На самом деле все s состояния сдвинуты вверх

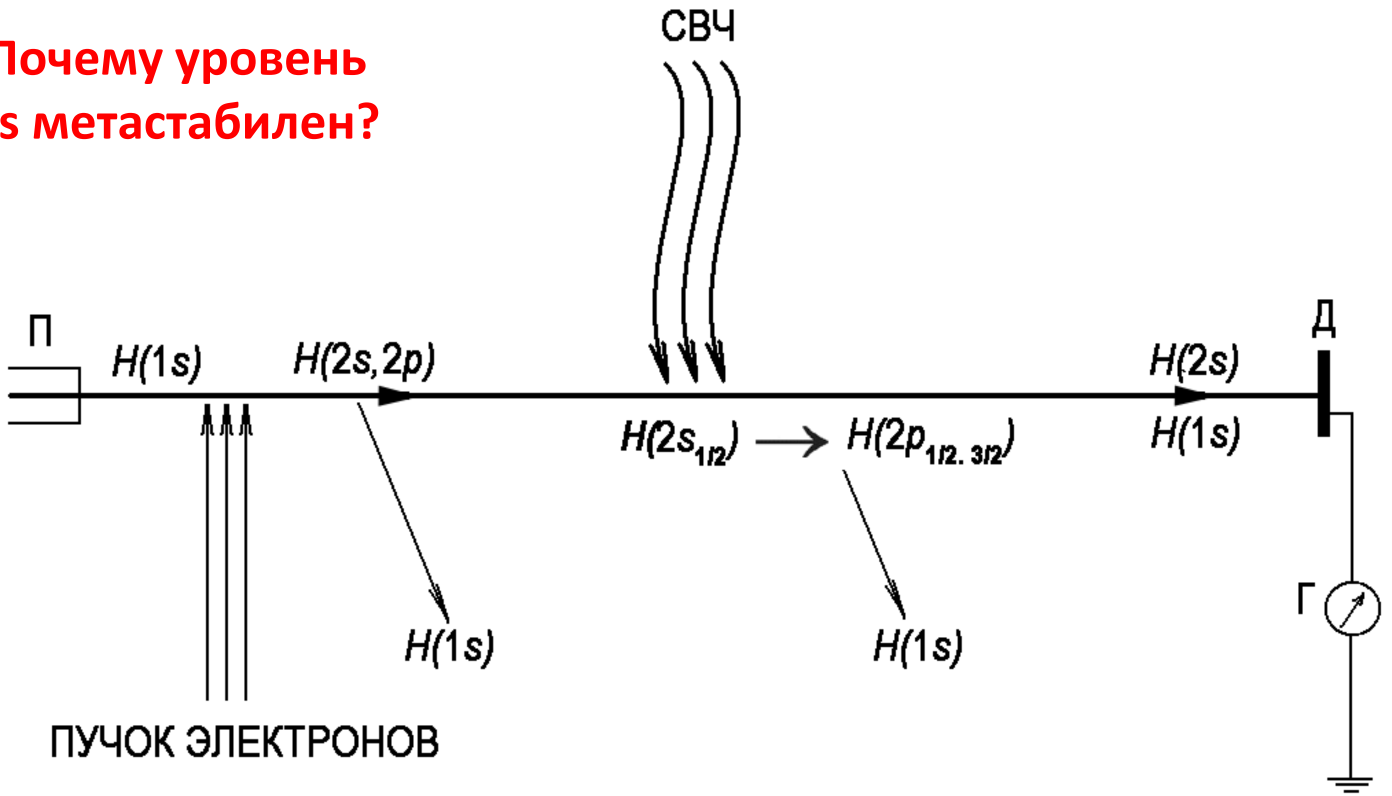
$$\delta E_{ns} = \frac{8}{3\pi} Z^4 \alpha^3 \frac{1}{n^3} Ry \cdot \ln \frac{2n^2}{Z^2 \alpha^2}$$

Опыт Лэмба – Ризерфорда (1947)

Положение 2s состояния относительно дублета 2p



Почему уровень 2s метастабилен?



$$\delta E(2p_{3/2}-2p_{1/2})=\frac{\alpha^2 Ry}{16}\approx 4.5\cdot 10^{-5}\ эВ \approx 10950\ МГц$$

$$\delta E(2s_{1/2}-2p_{1/2})\approx 1058\ МГц \quad \Leftarrow \quad \frac{1}{3\pi}\alpha^3 Ry\cdot \ln\frac{8}{\alpha^2}$$

Опыт Хэнша (1984)

Измерение лэмбовского сдвига 1s состояния атома водорода

$$\text{Формула Бете}: \delta E_{1s} \approx 8\delta E_{2s}$$

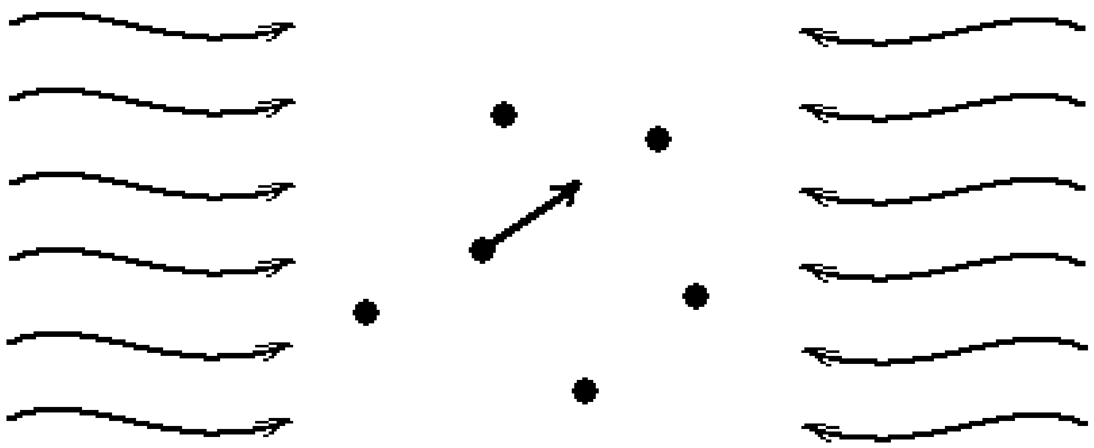
Почему это много труднее??

Двухфотонный переход

$1s_{1/2} \to 2s_{1/2} \qquad \lambda \approx 2430\ A$

Очень узкая линия поглощения

Схема двухфотонной бездоплеровской спектроскопии



$$\hbar\omega(1+\frac{v}{c}\cos\theta)+\hbar\omega(1-\frac{v}{c}\cos\theta) = 2\hbar\omega = E_{2s}-E_{1s}$$

Длина волны перехода $1s_{1/2} \to 2s_{1/2}$ сравнивалась с длинами волн L_α и H_β линий, чтобы исключить влияние погрешности измерения постоянной Ридберга на результат

$$\frac{1}{\lambda_{L\alpha}} = R\left(1-\frac{1}{2^2}\right) = \frac{3}{4}R \qquad \frac{1}{\lambda_{H\beta}} = R\left(\frac{1}{2^2}-\frac{1}{4^2}\right) = \frac{3}{16}R$$

$$\lambda_{H\beta} = 4\lambda_{L\alpha}$$

Лазер на красителе

$\lambda = 4860\ A + \text{вторая гармоника}$

$$\Delta E_{1s}^{(\exp)} = 8161 \pm 29\ МГц$$

$$\Delta E_{1s}^{(theor)} = 8149.43 \pm 0.08\ МГц$$

Спектр водорода

1) Конечная масса ядра ~m/M

2) Тонкая структура ~α^2

3) Лэмбовский сдвиг ~$\alpha^2\alpha$

4) Сверхтонкая структура ~α^2(m/M)

5) Конечный размер ядра ????